



دوره آلفای سایت ریاضی ۱۰۰۰

تنها دوره آموزش ریاضی با

تضمین واقعی (فقط در تهران)

برای مشاهده ظرفیت های باقیمانده در منطقه های مختلف تهران روی لینک زیر کلیک کنید.

www.riazi1000.ir

تماس با مشاور:

۰۹۱۲۹۳۱۹۸۸۱

بخشی از مطالب انتشار یافته در وب سایت ریاضی دهم

دانش آموز عزیز کفایت روی لینک مورد نظر کلیک کنید

ریاضی دهم

دانلود حل تمرین کتاب هندسه 1 دهم رشته ریاضی چاپ جدید 95 - 96 - سه شنبه 16 شهریور 1395 - 5:24

دانلود حل تمرین کتاب ریاضی دهم رشته انسانی چاپ جدید 95 - 96 - سه شنبه 16 شهریور 1395 - 11:13

دانلود حل تمرین کتاب ریاضی دهم رشته تجربی و ریاضی چاپ جدید 95 - 96 - شنبه 13 شهریور 1395 - 10:39

دانلود کتابهای دهم متوسطه 95-96 - سه شنبه 01 تیر 1395 - 2:50

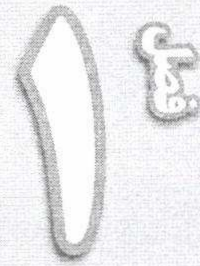
سرفصلهای درس هندسه پایه دهم رشته ریاضی - چهارشنبه 02 تیر 1395 - 9:21

سرفصل های کتاب ریاضی پایه دهم رشته علوم انسانی و معارف - چهارشنبه 05 خرداد 1395 - 6:32

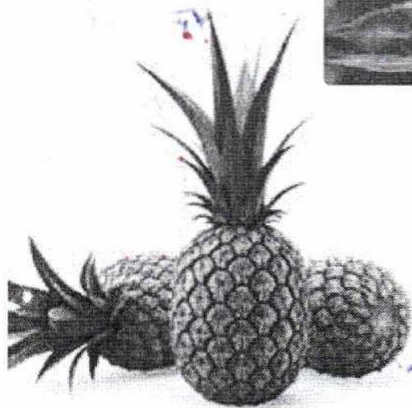
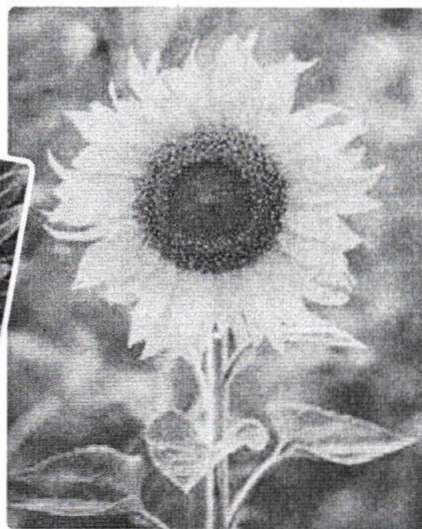
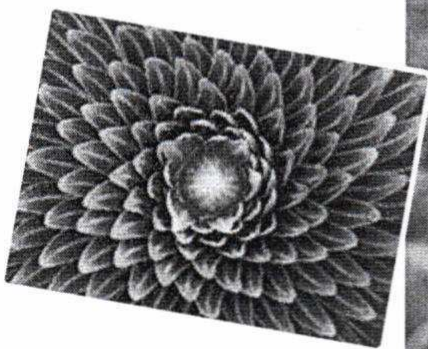
سرفصلهای ریاضی دهم رشته ی تجربی و ریاضی - دوشنبه 03 خرداد 1395 - 10:28

کاربرگ معادلات درجه 2 مخصوص ریاضی دهم (همه رشته ها) - سه شنبه 24 فروردین 1395 - 11:26

مجموعه، الگو و دنباله



آلا داغلار یا کوه‌های رنگی در استان زنجان



تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

@riazi1000

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

درس اول

متمم یک مجموعه

درس دوم

الگو و دنباله

درس سوم

دنباله‌های حسابی و هندسی

درس چهارم

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

تاریخ: ۱۳۹۰/۰۵/۰۵

درس اول: مجموعه‌های منتهی و نامتناهی

مجموعه‌های اعداد

انسان در طول تاریخ برحسب نیاز خود از مجموعه‌های مختلف اعداد استفاده کرده است. برخی از این مجموعه‌ها که در سال‌های قبل با آنها آشنا شدیم، به شرح زیرند:



جورج کانتور

«مجموعه» یکی از اساسی‌ترین مفاهیم ریاضی است که بسیاری از نظریه‌های دیگر ریاضی در یک قرن اخیر بر مبنای آن پایه‌گذاری یا سازماندهی شده‌اند. مطالعات جدی دربارهٔ مجموعه‌ها با کار جورج کانتور در سال ۱۸۷۰ آغاز می‌شود.

مجموعه اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی: $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعه اعداد صحیح: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد گویا: $\mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} | m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\}$

مجموعه اعدادی که بتوان آنها را به صورت $\mathbb{Q}' = \mathbb{Q}'$ نسبت دو عدد صحیح نمایش داد.

مجموعه اعداد حقیقی: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود رابطهٔ زیرمجموعه بودن بین این مجموعه‌ها به شکل $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ برقرار است. به عبارت دیگر تمام مجموعه‌های اعدادی که تاکنون با آنها آشنا شده‌ایم، زیرمجموعه‌هایی از اعداد حقیقی‌اند. در نتیجه، هر عدد دلخواهی را که در نظر بگیریم، باید جایی روی محور اعداد حقیقی داشته باشد و همچنین هر نقطه روی این محور نشان‌دهندهٔ یک عدد حقیقی مشخص است.

\mathbb{Q}' مجموعه اعداد منفی

کاردرکلاس

الف) مجموعه $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ چه نام دارد؟ آن را روی شکل مقابل هاشور بزنید و دو عضو

دلخواه از آن را در ناحیهٔ هاشور خورده بنویسید. $\sqrt{3}$ و $2, 3, 13, 10, 31, 11, \dots$

ب) دو عدد گویا مثال بزنید که عدد صحیح نباشند و آنها را روی شکل مقابل در محل مناسب

بنویسید. $\frac{1}{2}$ و $-\frac{3}{5}$

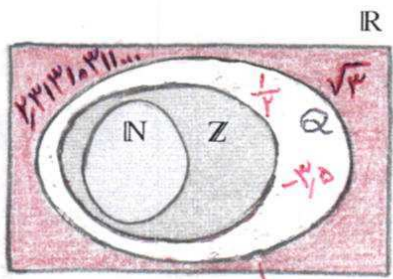
پ) اعداد زیر را روی شکل و در محل مناسب بنویسید.

$\sqrt{17}, 0, 200, \frac{\pi}{2}, 2/6, 2\sqrt{5}, -\frac{25}{3}, -9$

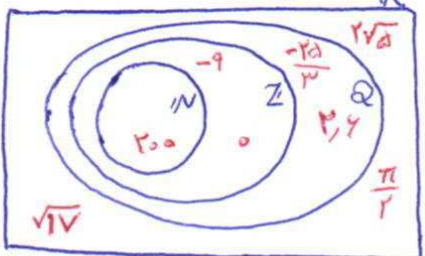
ت) مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی را با نمایش اعضا بنویسید. $\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{\dots, -3, -2, -1\}$

$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$

ث) مجموعه $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ چند عضو دارد؟ می‌عشو

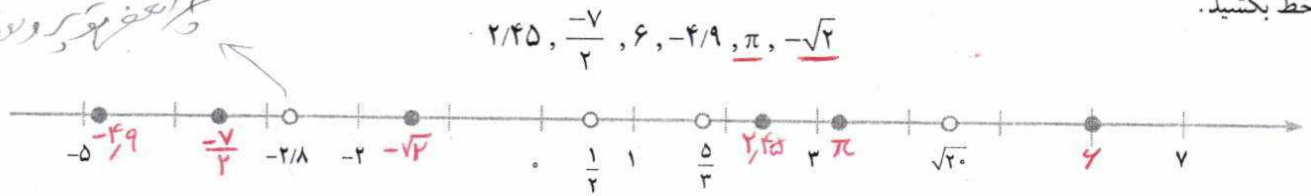


$\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$
مجموعه اعداد منفی



گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

۲ هر یک از اعداد داده شده را در یکی از جاهای مشخص شده روی محور بنویسید. کدام یک از این شش عدد گنگ اند؟ زیر آنها خط بکشید.



بازه‌ها

در اینجا گونه دیگری از زیرمجموعه‌های \mathbb{R} را در نظر می‌گیریم. فرض کنید A مجموعه شامل تمام اعداد حقیقی بین -2 و 1 به همراه خود این دو عدد باشد؛ یعنی $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$. اعضای A را روی محور زیر، با رنگ کردن مشخص کنید. آیا می‌توان تمام اعضای A را فهرست کرد؟ آیا می‌توان اولین عدد حقیقی بعد از -2 را مشخص کرد؟



(زیرمجموعه‌هایی از \mathbb{R} را که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد مشخص اند، «بازه» یا «فاصله» می‌نامیم.) بازه‌ها در ریاضیات از اهمیت نسبتاً زیادی برخوردارند و ما هم در برخی از فصل‌های بعدی این کتاب به دفعات با آنها سرو کار خواهیم داشت. از این رو شایسته است که برای نشان دادن آنها از نماد ساده‌تری استفاده شود. بنابراین A را با نماد $[-2, 1]$ نشان می‌دهیم و آن را بازه بسته از -2 تا 1 می‌نامیم. حال اگر نقاط ابتدایی و انتهایی این بازه یعنی -2 و 1 را از A حذف کنیم، آنگاه مجموعه‌ای مانند $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 1\}$ به دست می‌آید که آن را بازه باز بین -2 و 1 می‌نامیم و با نماد $(-2, 1)$ نشان می‌دهیم. به طور خلاصه:



بازه‌های نیم باز هم به روش مشابه تعریف می‌شوند.

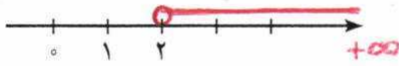
تعالیت

اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند، به طوری که $a < b$ آنگاه جدول زیر را کامل کنید:

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم باز	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
نیم باز	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
مثال	نیم باز $(1, 5]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 5\}$	
مثال	نیم باز $[-3, 2)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2\}$	

شکل از مجموعه، الگو، دنباله

گاهی تمام اعداد حقیقی مثلاً بزرگتر از ۲ مورد نظر است. به عنوان مثال، می دانیم که مجموعه جواب نامعادله $2x > 4$ به صورت $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$ است. اعضای C را روی محور زیر نشان دهید.



آیا می توانید C را به صورت یک بازه بنویسید؟ برای اینکه این مجموعه را به شکل بازه بنویسیم، از نماد $+\infty$ (بخوانید: مثبت بی نهایت) استفاده می کنیم. مجموعه C را در قالب بازه با نماد $(2, +\infty)$ نمایش می دهیم که یک بازه باز محسوب می شود. به همین ترتیب برای مجموعه ای مثل $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ نمایش بازه ای به صورت $(-\infty, 1]$ خواهد بود که یک بازه نیم باز است. توجه داریم که $+\infty$ و $-\infty$ اعداد حقیقی نیستند. در سال های آینده با این دو نماد بیشتر آشنا خواهیم شد.

فعالیت

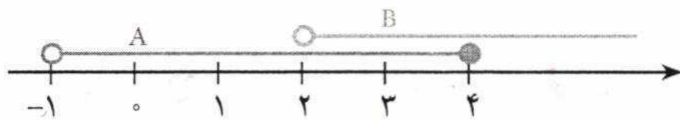
اگر $a \in \mathbb{R}$ عدد حقیقی دلخواهی باشد، جدول زیر را کامل کنید.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه ای	نمایش هندسی
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
نیم باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
نیم باز	$(-\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
باز	$(-\infty, a)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	
باز	$(-\infty, +\infty)$	\mathbb{R}	
نیم باز	$[3, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$	
باز	$(-\infty, 5)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$	

مثال
مثال

مثال

می خواهیم اجتماع و اشتراک دو بازه $A = (-1, 4]$ و $B = (2, +\infty)$ را به دست آوریم. نمایش هندسی هر دو بازه را مطابق شکل روی یک محور رسم می کنیم.



از روی شکل دیده می شود که $A \cup B$ برابر است با مجموعه تمام اعداد حقیقی بزرگتر از -1 یعنی:

$$(-1, 4] \cup (2, +\infty) = (-1, +\infty)$$

همچنین با توجه به شکل ملاحظه می شود که $A \cap B$ برابر است با مجموعه تمام اعداد حقیقی بین ۲ و ۴ به همراه خود عدد ۴؛ یعنی:

$$(-1, 4] \cap (2, +\infty) = (2, 4]$$

توضیح دهید که چرا $2 \notin A \cap B$.

چون ۲ در بازه ی B نیست، پس در اشتراک نیست.

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

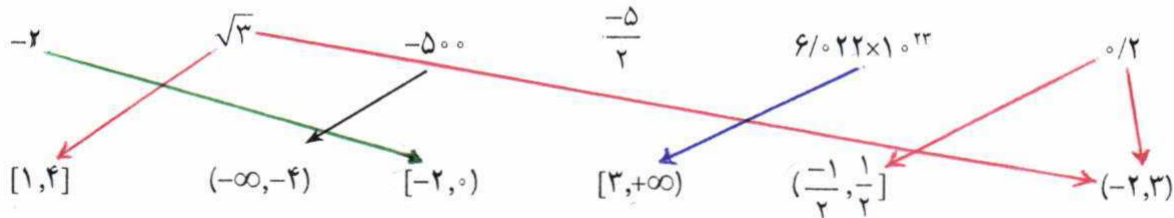
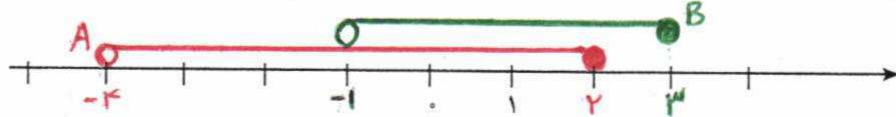
کار در کلاس

۱. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید:

$$\checkmark \text{ الف) } \frac{4}{3} \in [\frac{1}{3}, 2) \quad \times \text{ ب) } -2 \in (-2, 0] \quad \checkmark \text{ پ) } 0 \in (-2, 0] \quad \checkmark \text{ ت) } -2 \in \{-2, 0\} \quad \times \text{ ث) } -1 \in \{-2, 0\}$$

$$\times \text{ ج) } [-1, 2] \subseteq (-1, 2) \quad \checkmark \text{ چ) } \{0, 1\} \subseteq [-1, 2] \quad \checkmark \text{ ح) } \emptyset \subseteq (-17, 0] \quad \times \text{ خ) } [2, 5) = (2, 5] \quad \times \text{ د) } \sqrt{2} \in (0, 1)$$

۲. هر یک از اعداد زیر عضو یک یا چند تا از بازه‌های داده شده هستند. هر عدد را به بازه یا بازه‌های نظیر آن وصل کنید.

۳. نمایش هندسی دو بازه $A = (-4, 2]$ و $B = (-1, 3]$ را روی محور زیر رسم کنید و سپس حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$\text{الف) } A \cap B = (-1, 2] \quad \text{ب) } A \cup B = (-4, 3] \quad \text{پ) } A - B = (-4, -1] \quad \text{ت) } B - A = (2, 3]$$

مجموعه‌های منتهای و نامنتهای

فعالیت

فرض کنید A مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۴ و B مجموعه اعداد صحیح کمتر از ۴ باشد.

$$A = \{ ۱, ۲, ۳ \}$$

الف) این دو مجموعه را با نمایش اعضای آنها مشخص کنید.

$$B = \{ ۰, ۱, ۲, ۳ \}$$

ب) A چند عضو دارد؟ **۳ عضو**پ) درباره تعداد اعضای B چه می‌توان گفت؟ **تعداد اعضا مشخص نیست (بسیار عضو دارد)**مجموعه‌هایی مانند A را که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است، مجموعه‌های منتهای می‌نامیم.با توجه به مطلب فوق، B یک مجموعه منتهای نیست؛ زیرا نمی‌توان تعداد اعضای آن را با یک عدد بیان کرد. در واقع تعداد اعضای این مجموعه از هر عددی که در نظر بگیریم، بزرگ‌تر است. چنین مجموعه‌هایی را مجموعه‌های نامنتهای می‌نامیم.

تهیه کننده:

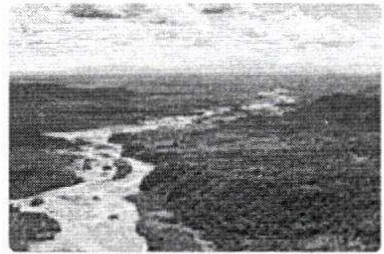
گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

کتاب در کلاس

تعداد اعضا



جنگل های آمازون

آمازون که به ربه های زمین مشهور است، جنگل بسیار بزرگی در شمال آمریکای جنوبی است و به دلیل همین وسعت، به آن جنگل های آمازون گفته می شود. حدود ۶۰ درصد این جنگل در خاک برزیل قرار دارد، همچنین بخش هایی از آن هم در کشورهای پرو، اکوادور، گویان، کلمبیا، ونزوئلا، بولیوی و سورینام واقع شده است. در واقع این جنگل بیش از سه برابر خاک کشور ما وسعت دارد. رودخانه آمازون با طول حدود ۶۵۰۰ کیلومتر به عنوان پرآب ترین رودخانه دنیا که ۵ درصد آب شیرین جهان را در خود جای می دهد، نیز از دل این جنگل عبور می کند. نتیجه یک مطالعه بزرگ که مدت ۱۰ سال به طول انجامید، نشان می دهد که ۳۹۰/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰ اصله درخت در ۱۶۰۰۰ گونه مختلف در جنگل های آمازون وجود دارد. با این حساب سهم هر فرد دنیا از این جنگل چند درخت می شود؟! با وجود این، مجموعه درخت های جنگل های آمازون یک مجموعه متناهی محسوب می شود یا نامتناهی؟



طرحی از سلول های عصبی مغز

۱ متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه های زیر را مشخص کنید. درباره مجموعه های متناهی سعی کنید تعداد دقیق یا تقریبی اعضای هر یک از آنها را بنویسید.

تعداد اعضا (در مورد مجموعه های متناهی)	متناهی	نامتناهی	مجموعه
{۲, ۳, ۵, ۷}	✓		مجموعه اعداد اول یک رقمی
۴ عقاب	✓		مجموعه انسان های روی زمین
		✓	مجموعه اعداد طبیعی فرد
	✓		مجموعه سلول های عصبی مغز یک انسان
		✓	مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدأ مختصات
	✓		مجموعه دانش آموزان مدرسه شما
	✓		مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی
	✓		مجموعه درخت های جنگل های آمازون
		✓	مجموعه کسرهای مثبت با صورت یک
		✓	مجموعه مضرب های طبیعی عدد ۱۰
		✓	بازه (۱, ۰)
	✓		مجموعه مولکول های موجود در یک مول مشخص از آب

- ۲ دو مجموعه متناهی نام ببرید. مجموعه دبیران ریاضی اهواز - مجموعه ی ماشین های موجود در یک باشگاه
- ۳ دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که یکی از آنها زیر مجموعه دیگری باشد. مجموعه ی اعداد طبیعی زیر مجموعه ی مجموعه ی اعداد صحیح است.
- ۴ دو مجموعه نامتناهی مثل A و B مثال بزنید که $A \subseteq B$ بوده و $B - A$ تک عضوی باشد.
- تذکر: (تعداد اعضای برخی از مجموعه های متناهی ممکن است بسیار زیاد باشد؛ با این حال با داشتن امکانات لازم و صرف وقت کافی ممکن است بتوان تعداد آنها را به دست آورد)

۶ ادا می جواب ۳ یا ۲ بازه ی (۰, ۷) و (-۳, ۷) که $(-۳, ۷) \subseteq (۰, ۷)$

۱ مجموعه ی دایره های به مرکز مبدأ مختصات با شعاع عدد صحیح که زیر مجموعه ی مجموعه ی دایره های به مرکز مبدأ مختصات است.

جواب پرسش کمال ما دو تانگنم هر دو نامتناهی اند و $N \subseteq W$ و $\{0\} = W - N$
 دو بازه ی (۰, ۲) و (۱, ۲) که $(۱, ۲) \subseteq (۰, ۲)$ و $\{1\} = (۰, ۲) - (۱, ۲)$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

فعالیت

الف) $\frac{1}{3}$ عددی بین 0 و 1 است. چهار عدد گویای دیگر از بازه $(0, 1)$ بنویسید و جواب خود را با جواب های دوستانتان مقایسه کنید.

$\frac{1}{1000}, \frac{4}{7}, \frac{2}{8}, \frac{1}{3}$

ب) آیا می توان بین 0 و 1 به هر تعداد دلخواه عدد گویا ارائه کرد؟ بله

پ) در مورد منتهای یا نامنتهای بودن اعداد گویای موجود در بازه $(0, 1)$ چه نتیجه ای می گیرید؟ نامنتهای

ت) در مورد منتهای یا نامنتهای بودن Q چه می توان گفت؟ نامنتهای

ث) اگر A دارای یک زیر مجموعه نامنتهای باشد، آنگاه A یک مجموعه نامنتهای خواهد بود.

تمرین

الف) فرض کنید U مجموعه تمام مضرب های طبیعی عدد 5 باشد.

الف) U را با نمایش اعضای آن بنویسید. $U = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\}$

ب) U منتهای است یا نامنتهای؟ نامنتهای

پ) یک زیر مجموعه منتهای از U بنویسید. $\{5, 10, 15, 20, 25\}$ مضرب طبیعی 5 که حقیقتاً 30

ت) دو زیر مجموعه نامنتهای مانند C و D از U بنویسید؛ به طوری که $C \subseteq D$.
 منتهای یا نامنتهای بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید.
 $D = \{10, 20, 30, 40, \dots\}$ مضرب 10 و $C = \{20, 40, 80, \dots\}$ مضرب 40 که $(C \subseteq D)$

الف) مجموعه اعداد طبیعی. نامنتهای

ب) مجموعه شمارنده های طبیعی عدد 36 . منتهای

پ) بازه $(\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$. نامنتهای

ت) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$. منتهای (با توجه به مجموعه \mathbb{N} ، \emptyset می شود)

ث) مجموعه مضرب های طبیعی عدد 100 . نامنتهای

دو مجموعه نامنتهای مثال بزنید که اشتراک آنها مجموعه ای منتهای باشد. $[2, 5]$ و $(-3, 2)$ که اشتراک آنها مجموعه $\{2\}$ است که منتهای است

حاصل هر یک از مجموعه های زیر را با رسم بازه های آنها روی یک محور به دست آورید:

الف) $(-2, 5] \cup (-3, 0) = (-3, 5]$ ب) $(2, 9) \cap (-\infty, 6) = (2, 6]$

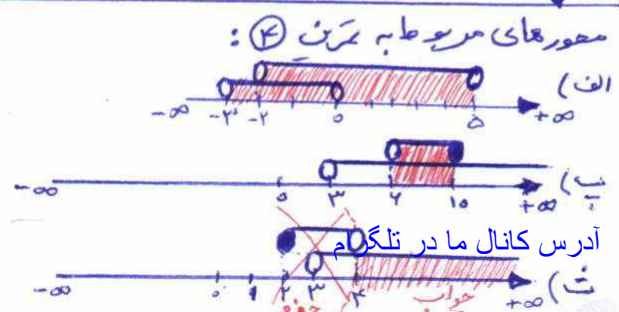
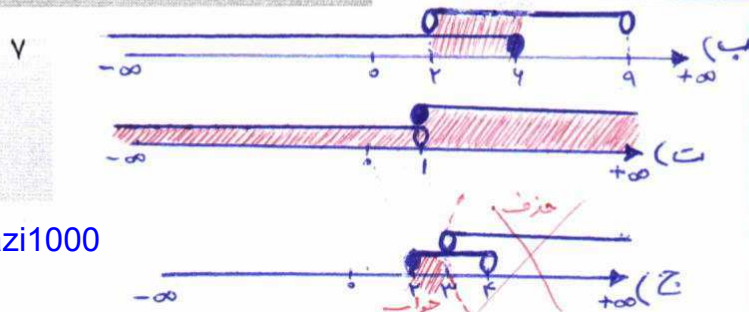
پ) $(3, +\infty) \cap (6, 10] = (6, 10]$ ت) $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty) = \mathbb{R}$

ث) $(2, 4) - (3, +\infty) = [2, 4)$ ج) $(3, +\infty) - (2, 4) = [4, +\infty)$

د) مجموعه $\mathbb{R} - \{3\}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید. $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه ای منتهای باشد، آنگاه B منتهای خواهد بود یا نامنتهای؟ منتهای

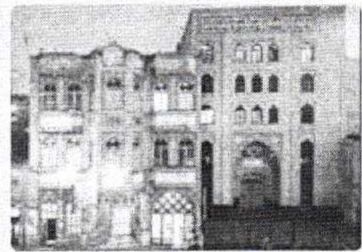
عدد آووگادرو
 در شیمی تعداد 6.022×10^{23} عدد از هر ذره (مولکول یا اتم) را یک مول از آن ذره می نامند. برای درک میزان بزرگی این عدد، فرض کنیم تعداد مولکول های موجود در یک مول آب را که 18 گرم است، بتوانیم مولکول به مولکول بشماریم و کار شمردن هر مولکول آن هم یک ثانیه زمان ببرد. در این صورت کار شمارش نزدیک به 20 میلیون میلیارد سال به طول خواهد انجامید که این زمان حدود یک میلیون برابر عمر جهان است! به نظر شما، مجموعه مولکول های یک مول مشخص از آب، یک مجموعه منتهای است یا نامنتهای؟



درس دوم: متمم یک مجموعه

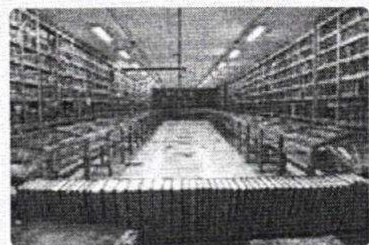
مجموعه مرجع

فرض کنیم U نشان دهنده مجموعه تمام کتاب‌های کتابخانه آیت الله العظمی مرعشی نجفی (ره) و A مجموعه کتاب‌های خطی آن باشد. اگر مجموعه‌ای را که شامل کتاب‌های چاپی این کتابخانه است، با A' نشان دهیم، آنگاه می‌توانیم نمودار پایین صفحه را درباره کتاب‌های این کتابخانه رسم کنیم. در این مثال U را که شامل تمام کتاب‌های کتابخانه می‌باشد، مجموعه مرجع و A' را متمم مجموعه A می‌نامیم.

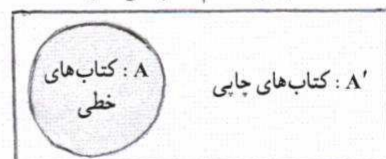


کتابخانه آیت الله العظمی مرعشی نجفی (ره)، در شهر مقدس قم یکی از بزرگ‌ترین کتابخانه‌های جهان اسلام است که کتاب‌های نفیس و قدیمی بسیاری را در موضوعات مختلف در خود جای داده است. این کتابخانه از نظر فراوانی نسخه‌های خطی، نخستین کتابخانه کشور و سومین کتابخانه جهان اسلام به‌شمار می‌رود. جدول زیر اطلاعات مختصری درباره تعداد کتاب‌های این کتابخانه در اختیار ما قرار می‌دهد.

نوع کتاب	تعداد
کتاب‌های خطی	۴۲۰۰۰ جلد
کتاب‌های چاپی	۱۰۰۰۰۰۰ جلد
کل کتاب‌ها	۱۰۴۲۰۰۰ جلد



U : مجموعه تمام کتاب‌های کتابخانه

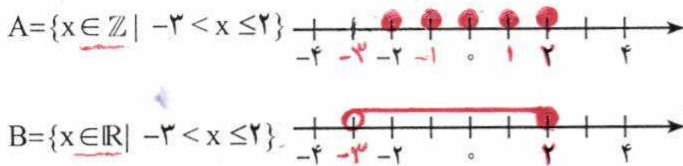


در هر مبحث، مجموعه‌ای را که همه مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعه آن باشند، مجموعه مرجع می‌نامیم و آن را با U نشان می‌دهیم.

هرگاه U مجموعه مرجع باشد و $A \subseteq U$ ، آنگاه مجموعه $U - A$ را متمم A می‌نامیم و آن را با نماد A' نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر A' شامل عضوهایی از U است که در A نیستند.

فعالیت

الف دو مجموعه زیر را در نظر بگیرید و اعضای هر یک را روی محور نشان دهید.



ب A را با نمایش اعضا و B را به صورت یک بازه بنویسید.

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

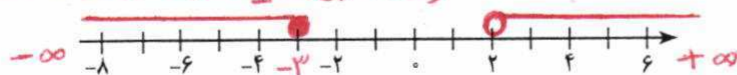
$B = (-3, 2]$

پ در مورد A ، اگر مجموعه مرجع را \mathbb{Z} در نظر بگیریم، A' را مشخص کنید.

$A' = \mathbb{Z} - A = \{\dots, -4, -3, 3, 4, \dots\} = \{\pm 3, \pm 4, \dots\}$

ت در مورد B با فرض این که \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، B' را مشخص کنید و آن را روی محور نمایش دهید.

$B' = \mathbb{R} - B = (-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$



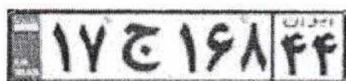
تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

کار در کلاس



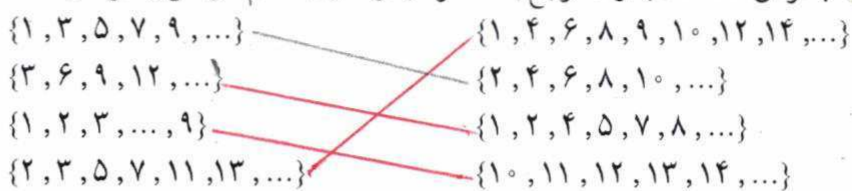
۱ اگر U مجموعه شامل تمام استان‌های کشورمان باشد و A مجموعه استان‌های غیر ساحلی، آنگاه A' را با نمایش اعضای آن بنویسید.

ساحلی $A' = U - A = \{ \text{سیستان و بلوچستان، هرمزگان و بوشهر، خوزستان، گلستان و مازندران و گیلان و اردبیل} \}$

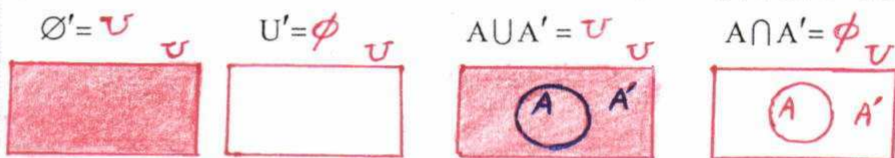
۲ فرض کنیم U مجموعه تمام اتومبیل‌های پلاک‌گذاری شده کشور و B مجموعه اتومبیل‌های با پلاک فرد باشد. در این صورت B' چه مجموعه‌ای خواهد بود؟

مجموعه $B' = U - B = \{ \text{اتومبیل‌های با پلاک زوج} \}$

۳ با فرض آنکه \mathbb{N} مجموعه مرجع باشد، هر مجموعه را به متمم خودش وصل کنید.



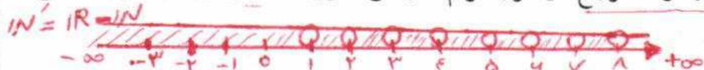
۴ U مجموعه مرجع و A زیرمجموعه دلخواهی از آن می باشد. با رسم نمودار، طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید. (مثال عددی اضافه محل شود)



۵ الف) اگر Z را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آنگاه \mathbb{N}' را با نوشتن اعضای آن مشخص کنید.

$\mathbb{N}' = Z - \mathbb{N} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0 \}$

ب) اگر \mathbb{R} را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، در این صورت \mathbb{N}' را روی محور نمایش دهید.



۶ فرض کنیم $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 4\}$. ابتدا A' و B' را بنویسید و سپس جدول‌های زیر را کامل کنید. از هر قسمت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$A' = \{4, 5\}$ $B' = \{1, 3, 5\}$

نرخ بیکاری
جمعیت در سن کار در یک کشور را به عنوان مجموعه مرجع یعنی U در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم A نشان‌دهنده مجموعه افراد شاغل این کشور باشد. در این صورت A' برابر مجموعه افراد بیکار و نسبت $\frac{n(A')}{n(U)}$ بیانگر نرخ بیکاری آن کشور خواهد بود.

$(A)'$	$\{1, 2, 3\} = A$	
$A \cup B$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$(A \cup B)'$
$A \cap B$	$\{2\}$	$(A \cap B)'$
$A - B$	$\{1, 3\}$	$A - (A \cap B)$

$(A)'' = A$ متمم متمم هر مجموعه برابر خود مجموعه است.

$(A \cup B)' = A' \cap B'$ متمم اجتماع دو مجموعه برابر اشتراک متمم‌های آن دو مجموعه است.

$(A \cap B)' = A' \cup B'$ متمم اشتراک دو مجموعه برابر اجتماع متمم‌های آن دو مجموعه است.

$A - B = A - (A \cap B)$

$B - A = B - (A \cap B)$

توجه: $A - B = A \cap B'$ و $B - A = B \cap A'$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

شماره ۱، مجموعه، الف و ب

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

در سال گذشته دیدیم که اگر A یک مجموعه منتهای باشد، آنگاه برای نشان دادن تعداد عضوهای آن از علامت $n(A)$ استفاده می‌شود. مثلاً اگر $G = \{2, 3, 5, 7\}$ در این صورت می‌توانیم بنویسیم $n(G) = 4$. در این بخش می‌خواهیم رابطه‌ای برای $n(A \cup B)$ به دست آوریم.

فعالیت

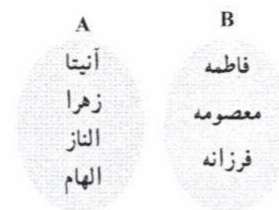
۱ یک تیم کوه‌نوردی متشکل از ۴ دانش‌آموز و ۳ دانشجوی عضو یک مؤسسه طرفدار محیط زیست است. اعضای این تیم به‌طور داوطلبانه در روزهای جمعه هر هفته کوه‌های اطراف شهر خود را از وجود زباله پاک‌سازی می‌کنند. اعضای دانش‌آموز این تیم مجموعه $\{آیتا، زهرا، الناز، الهام\} = A$ و اعضای دانشجوی آن مجموعه $\{فاطمه، معصومه، فرزانه\} = B$ هستند. همان‌گونه که دیده می‌شود، این دو مجموعه هیچ عضو مشترکی ندارند؛ به عبارت دیگر $A \cap B = \emptyset$.



به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه جدا از هم یا مجزا می‌گوییم.
 $(A \cap B = \emptyset)$

الف) اعضای $A \cup B$ را که بیانگر اعضای تیم کوه‌نوردی می‌باشد، بنویسید و جدول زیر را تکمیل کنید.

$A \cup B = \{ \text{فرزانه و معصومه و فاطمه و الهام و الناز و زهرا و آیتا} \}$



$n(A)$	$n(B)$	$n(A \cup B)$	$n(A \cap B)$
۴	۳	۷	۰

جمع تعداد عضوهای A و B با هم برابر تعداد عضوهای $A \cup B$ است.

ب) تعداد عضوهای $A \cup B$ چه رابطه‌ای با $n(A)$ و $n(B)$ دارد؟ این رابطه را به صورت یک فرمول بنویسید.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

پ) تحت چه شرایطی این فرمول برای دو مجموعه دلخواه A و B برقرار است؟ **بسیار این که دو مجموعه اشتراکی نداشته باشند یعنی $A \cap B = \emptyset$ (جدا از هم)**

۲ الف) مجموعه شماره‌های طبیعی دو عدد ۲۸ و ۳۰ را به ترتیب A و B می‌نامیم. موارد خواسته شده را بنویسید.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28\} \Rightarrow n(A) = 28$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\} \Rightarrow n(B) = 30$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28\} \Rightarrow n(A \cap B) = 28$

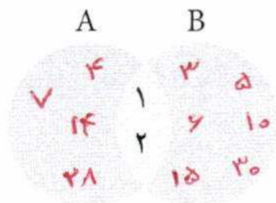
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\} \Rightarrow n(A \cup B) = 30$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

(ب) جدول زیر را کامل کنید.

n(A)	n(B)	n(A ∩ B)	n(A ∪ B)
۶	۸	۲	۱۲



(پ) چرا رابطه‌ای را که در فعالیت (۱) به دست آوردید؛ یعنی $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ در این مثال برقرار نیست؟ چون مجموعه های A و B **مشتراک دارند**، یعنی $A \cap B \neq \emptyset$

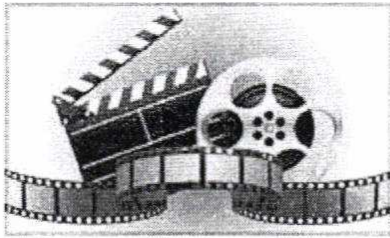
(ت) با تکمیل نمودار مقابل، سعی کنید رابطه درست برای $n(A \cup B)$ را حدس بزنید.

همان طور که دیدیم، اگر A و B دو مجموعه متناهی دلخواه باشند، داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

با توجه به نمودار روبه‌رو، در مورد علت درستی این رابطه با دوستان خود بحث کنید.

کاردرکلاس



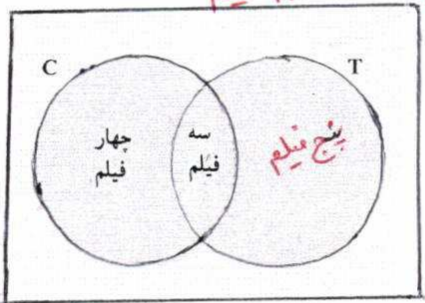
۱ یک دوره جشنواره فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در موضوعات مختلف در حال برگزاری است که در بین آنها ۷ فیلم پویانمایی (کارتونی) و ۸ فیلم طنز وجود دارد، به طوری که ۳ تا از فیلم های پویانمایی با مضمون طنز می باشند. مطلوب است تعداد کل فیلم هایی که:

(الف) پویانمایی یا طنزند.

(ب) غیرپویانمایی و غیر طنزند.

روش اول حل: مجموعه شامل تمام فیلم ها را با U، مجموعه فیلم های پویانمایی را با C و مجموعه فیلم های طنز را با T نشان می دهیم. جاهای خالی را پر کنید و جواب ها را بیابید.

$n(A) = n(U) - n(A')$
 ← طبق این رابطه
 ۲۱ فیلم U



(الف) $n(C \cup T) = n(C) + n(T) - n(C \cap T) = 7 + 8 - 3 = 12$

(ب) $n(C \cup T)' = n(U) - n(C \cup T) = 21 - 12 = 9$

روش دوم حل: در نمودار و ن مقابل، دو مجموعه C و T سطح درون U را به چهار ناحیه جداگانه تقسیم کرده اند که عدد مربوط به دوتا از نواحی نوشته شده است. با نوشتن اعداد مربوط به دو قسمت دیگر، جواب قسمت های (الف) و (ب) را بیابید.

(الف) $پویانمایی یا طنز = 4 + 3 + 5 = 12$

(ب) $غیرپویانمایی و غیرطنز = 21 - 12 = 9$

۴

(الف) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

www.riazidahom.ir

$n(A \cup B) = 70 + 40 - 20 \Rightarrow n(A \cup B) = 90$

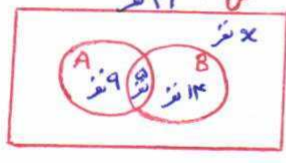
(ب) $n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 70 - 20 = 50$

(پ) $n(A' \cap B) = n(B \cap A') = n(B) - n(A \cap B) = 40 - 20 = 20$

(ت) $n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 100 - 90 = 10$

دانلود شده از سایت ریاضی دهم

حل قسمت (ب) تمرین ۵:



روش اول (مستقیم):
 $x = 31 - (9 + 5 + 14)$
 $x = 3$

روش دوم (مضروب):

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 14 + 19 - 5 = 28$

$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$
 $n(A' \cap B') = 31 - 28 = 3$

۳ اگر $n(A \cap B) = 5$ و $n(A \cup B) = 30$ و $n(A) = 15$ را محاسبه کنید.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 30 = 15 + n(B) - 5$

۴ فرض کنیم A و B زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند، به طوری که $n(U) = 100$ ، $n(A) = 60$ ، $n(B) = 40$ و $n(A \cap B) = 20$ مطلوب است:

- (الف) $n(A \cup B)$
- (ب) $n(A \cap B')$
- (پ) $n(A' \cap B)$
- (ت) $n(A' \cap B')$

۵ در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آنها عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:
(الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.
 $14 - 5 = 9$
(ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند.

۶ در یک نظرسنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره‌ای، مشخص شد که ۷۰ نفر

آنها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت B خرید کرده‌اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت خرید کرده‌اند.

چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته:
(الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 70 + 57 - 32 = 95$
(ب) فقط از شرکت A خرید کرده‌اند.
 $70 - 32 = 38$

(پ) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.
 $38 + 25 = 63$
(ت) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده‌اند.
 $n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 110 - 95 = 15$



مزرعه جای

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

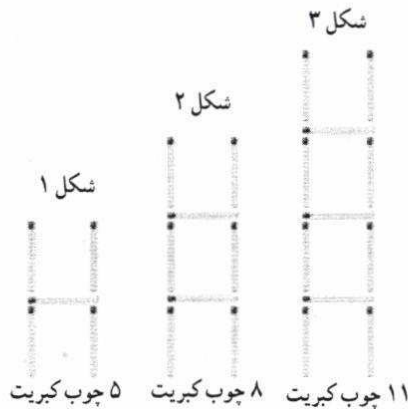
تکالیف از مجموعه الگو و دنباله

درس سوم: الگو و دنباله

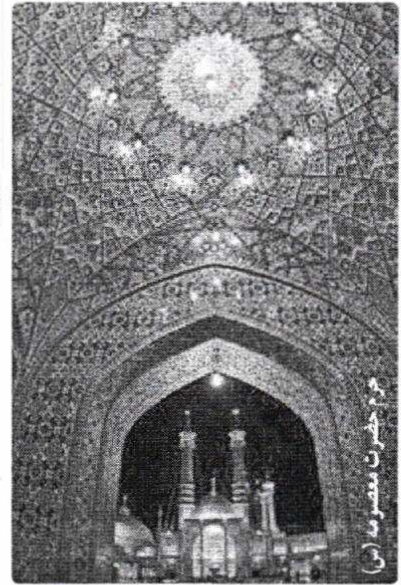
الگو

مثال

به شکل های زیر و تعداد چوب کبریت های به کار رفته در هر یک از آنها توجه کنید.



شماره شکل: n	۱	۲	۳	۴	...	n	...
تعداد چوب کبریت ها: a _n	۵	۸	۱۱
رابطه بین n و a _n	a _۱ =۵	a _۲ =۸	a _۳ =۱۱	a _n =...	...



دنیای اطراف ما سرشار از الگوهای مختلفی است. به عنوان نمونه، پیدایش شبانه روز و تغییر فصول مختلف سال جلوه ای از الگوی حاکم بر طبیعت است. از سوی دیگر نظم و قانونمندی های موجود در یک الگو به خودی خود برای ما جذاب است. چه بسا ممکن است طرح های روی یک گل آفتابگردان، شکل های هندسی روی یک سطح کاشی کاری شده یا ماریچج های روی میوه آناناس توجه شما را به خود جلب کرده باشند. به طور کلی می توان گفت الگو یک ساختار منظم از اشکال، تصاویر، صداها، نمادها، وقایع یا اعداد است که ممکن است تکرار شوند یا رشد کننده یا ترکیبی از این دو باشد.

از طرف دیگر یکی از رسالت های مهم ریاضیات، مدل سازی کردن پدیده های طبیعی و پی بردن به الگوهای نهفته در آنهاست. اهمیت این موضوع به قدری است که برخی از ریاضیدانان معتقدند که ریاضی عبارت است از علم مطالعه الگوها.

به عنوان مثال ملاحظه می شود که، «تعداد چوب کبریت های شکل اول برابر ۵ است» که این مطلب را به طور خلاصه به صورت $a_1 = 5$ نشان داده ایم (می خوانیم: a اندیس ۱ برابر ۵). عبارت های a_1, a_2 و a_3 متغیرهای اندیس دار نامیده می شوند که مقادیر آنها به ترتیب ۵، ۸ و ۱۱ است. به این اعداد جملات الگو هم گفته می شود. پس در واقع، عدد ۵ جمله اول الگوست؛ ۸ جمله دوم آن و به همین ترتیب الی آخر.

a _۱	a _۲	a _۳
۵	۸	۱۱

الف) با این نماد گذاری، a_n نشان دهنده چیست و مقدار آن چقدر است؟ جمله چهارم الگو - ۱۴

ب) a_n به چه معناست؟ جمله n ام الگو

پ) آیا می توانید حاصل a_n را بر حسب n به دست آورید؟ برای این کار فعالیت بعد را انجام دهید.

۱- در سال های گذشته با متغیرهایی مثل x و y و z سروکار داشتیم که اسم آنها تک حرفی بود؛ در حالی که نام متغیرهای اندیس دار که در اینجا به کار می بریم، دو بخشی است. پس تفاوت این دو نوع متغیر، تنها در شکل نام گذاری آنهاست و از نظر ماهیت، تفاوتی با هم ندارند.

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

طریقه (۳) راه های دیگر برای به دست آوردن a_n

www.riazidahom.ir

راه اول: $a_1 = 2(3) - 1$ $a_2 = 3(3) - 1$ $a_3 = 4(3) - 1$ $a_4 = 5(3) - 1$...

راه دوم: $a_1 = 2(4) - 3$ $a_2 = 3(4) - 4$ $a_3 = 4(4) - 5$ $a_4 = 5(4) - 6$...

راه سوم: $a_1 = 5 + 0(3)$ $a_2 = 5 + 1(3)$ $a_3 = 5 + 2(3)$ $a_4 = 5 + 3(3)$...

دانلود شده از سایت ریاضی دهم

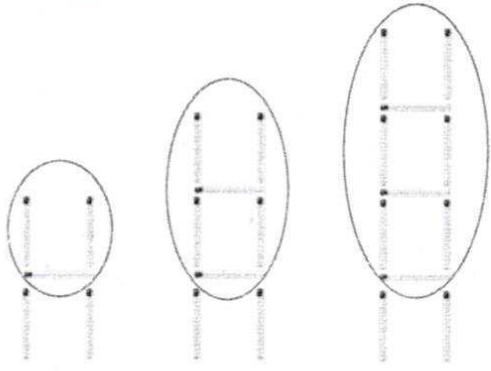
$a_n = (n+1)(4) - (n+2)$

$a_n = 5 + (n-1)(3)$

ساده شوی
تفاوت اینها
شان
 $a_n = 3n + 2$
من شود

فعالیت

۱. آیدای برای به دست آوردن حاصل a_n در مثال بالا، شکل های الگورا به صورت روبه رو در نظر گرفت. به کمک این روش، مقدار a_n و a_{10} را به دست آورید.



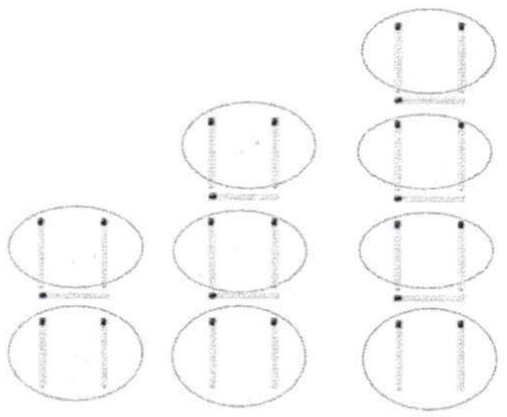
۱
۲
۳
۴
...
 $a_n = n(3) + 2$

مقدار چوب کبریت
شکل ۱

$a_1 = 1(3) + 2$ $a_2 = 2(3) + 2$ $a_3 = 3(3) + 2$ $a_4 = 4(3) + 2$... $a_{10} = 10(3) + 2$

مرتب شده ش: $a_n = 3n + 2$

۲. آیساروش دیگری را به کار برد. او تعداد چوب کبریت های افقی و عمودی در هر شکل را به طور جداگانه مورد توجه قرار داد تا بتواند به مقدار a_n دست یابد. مقدار حاصل برای a_n از این روش را در جای مشخص شده بنویسید.



$a_1 = 1 + 2(1)$ $a_2 = 2 + 3(2)$ $a_3 = 3 + 4(3)$ $a_4 = 4 + 5(4)$... $a_n = 1 + (1+1+1)2$... $a_n = n + (n+1)(2)$

چوب های عمودی چوب های افقی

۳. آیا شما راه دیگری را برای به دست آوردن حاصل a_n می دانید؟ جواب در بالای صفحه ↑

۴. همان طور که در قسمت های (۱) و (۲) دیدیم، آیدای و آیساروش به صورت های $a_n = 3n + 2$ و $a_n = n + (n+1)(2)$ به دست آوردند. جواب آیساروش را ساده کنید تا به شکل جواب آیدای درآید.

همان جواب آیدای است $a_n = 3n + 2$ جواب آیساروش $a_n = n + 2n + 2$

۵. به کمک رابطه $a_n = 3n + 2$ تعداد چوب کبریت های شکل بیستم را بیابید.

$n = 20 \Rightarrow a_{20} = 3(20) + 2 = 62 \Rightarrow a_{20} = 62$

۶. با استفاده از رابطه $a_n = 3n + 2$ مشخص کنید که چندمین شکل در الگوی بالا دارای ۷۷ قطعه چوب کبریت است. یعنی ۲۵ امین شکل دارای ۷۷ قطعه چوب کبریت است. $n = ?$

$a_n = 3n + 2 \Rightarrow 77 = 3n + 2 \Rightarrow 3n = 77 - 2 \Rightarrow n = \frac{75}{3} = 25 \Rightarrow n = 25$

تذکر: در مثال بالا دیدیم که a_n بیانگر تعداد چوب کبریت های شکل n ام است. $a_n = 3n + 2$ را جمله عمومی الگو می نامیم؛ چرا که این رابطه در واقع ساختار جملات الگو را مشخص می کند و به کمک آن می توان مقدار هر جمله از الگو را به دست آورد. به عبارت دیگر، در اختیار داشتن جمله عمومی یک الگو به معنای آگاهی داشتن از تمام جملات آن الگو است.

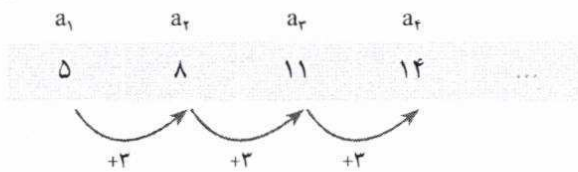
تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

شماره ۱۰۰، آبان ۱۳۹۰

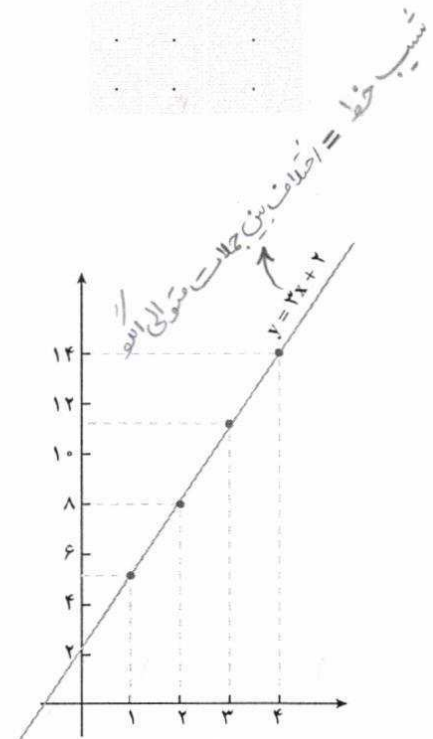
الگوی خطی

در الگوی مثال قبل دیدیم که هر جمله دقیقاً ۳ واحد بیش از جمله قبل از خودش بود.



n	a_n	(n, a_n)
۱	۵	(۱, ۵)
۲	۸	(۲, ۸)
۳	۱۱	(۳, ۱۱)
۴	۱۴	(۴, ۱۴)
...

چنین الگوهایی را که در آنها اختلاف هر دو جمله متوالی عددی ثابت است، الگوهای خطی می‌نامیم. برای پی بردن به دلیل این نام‌گذاری، ستون سوم جدول مقابل را در نظر می‌گیریم. اگر این نقاط را در صفحه مختصات مشخص کنیم، همگی آنها روی خط $y=3x+2$ قرار می‌گیرند. به عبارت دیگر مختصات تمام این نقاط در معادله خط گفته شده صدق می‌کند. شباهت بین معادله خط یعنی $y=3x+2$ و جمله عمومی الگو یعنی $a_n=3n+2$ اتفاقی نیست. عدد ۳ که در واقع اختلاف بین جملات متوالی الگو بود، در معادله خط به عنوان شیب خط ظاهر شده است که این مطلب همواره درست است.



$a_n, b_n, c_n, \dots, t_n$

به طور کلی الگوهایی را که جمله عمومی آنها به صورت $t_n = an+b$ است، الگوهای خطی می‌نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند.

دیدیم که در یک الگوی خطی با جمله عمومی $t_n = an+b$ میزان تغییر جملات متوالی برابر a بود. به عبارت دیگر، اختلاف هر دو جمله متوالی در این الگوی خطی برابر ضریب n است. به عنوان مثال در یک الگوی خطی با جمله عمومی $t_n = -4n+15$ ، هر جمله نسبت به جمله قبل از خودش ۴ واحد کاهش می‌یابد:

$11, 7, 3, -1, -5, -9, \dots$

مثال

شیب خط = $a = \frac{\text{تفاضل ی‌ها}}{\text{تفاضل xها}} = \frac{41-17}{10-4} = \frac{24}{6} = 4$
 $a=4$

در یک الگوی خطی، جملات چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ می‌باشند. جمله عمومی الگو را بیابید.

حل: فرض کنیم جمله عمومی به صورت $C_n = an+b$ باشد. پس داریم:

$C_4 = 17 \Rightarrow a(4) + b = 17$

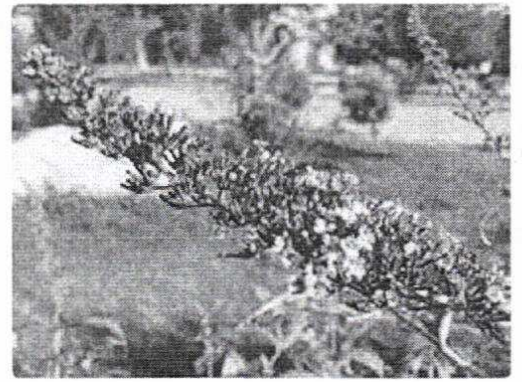
$C_{10} = 41 \Rightarrow a(10) + b = 41$

$6a = 24 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = 1$

پس $C_n = 4n+1$ بنابراین جملات الگو به صورت زیر خواهند بود:

$5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, \dots$

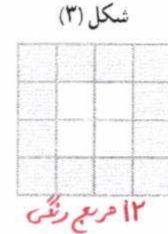
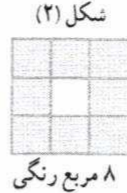
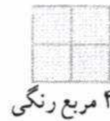
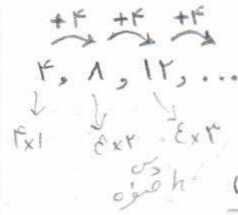
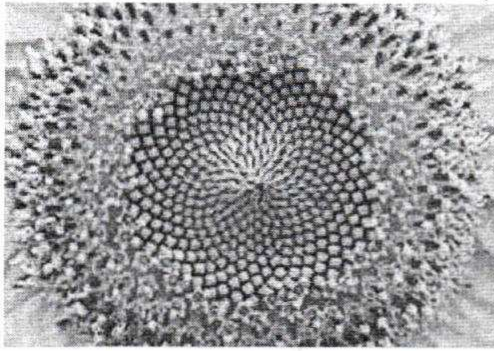
یعنی هر جمله نسبت به جمله قبل از خودش ۴ واحد افزایش می‌یابد.



تهیه کننده:

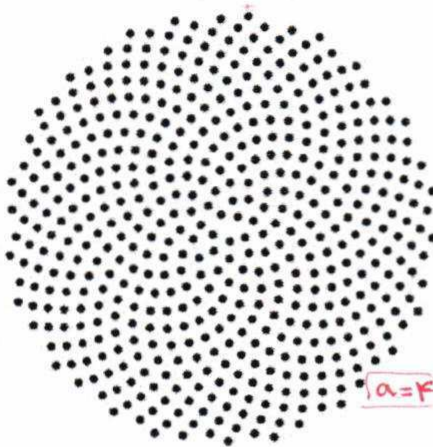
گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

کاردرکلاس



۱ شکل بعدی را در الگوی زیر رسم و جدول را کامل کنید.

شماره شکل : n	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد مربع های رنگی : b_n	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰
رابطه بین n و b_n	$b_1=4$	$b_2=8$	$b_3=12$	$b_4=16$	$b_5=20$



۲ توضیح دهید که چرا این الگوی یک الگوی خطی محسوب می شود. چون اختلاف هر دو جمله ی متوالی در آن عددی ثابت است.
 ۳ با توجه به میزان افزایش جملات الگو، مقدار a در رابطه $b_n = an + h$ را بیابید و پس از حدس زدن مقدار h، حاصل b_n را به دست آورید. اختلاف هر دو جمله ی متوالی برابر ۴ است پس $a=4$

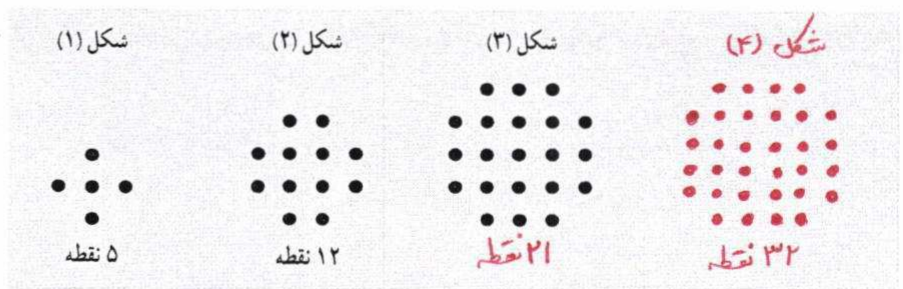
۴ شکل شماره ۲۵۰ دارای چند مربع رنگی است؟ $b_{250} = 4 \times 250 = 1000$ $b_n = 4n + 0$ $h=0$ پس $b_n = 4n + 0$

۵ در چه مرحله ای از الگوی بالا، تعداد مربع های رنگی برابر ۱۴۴ است؟
 $b_n = 4n \Rightarrow 144 = 4n \Rightarrow n = \frac{144}{4} = 36 \Rightarrow n = 36$
 یعنی در مرحله و ششم ۳۶م تعداد مربع های رنگی برابر ۱۴۴ تا می شود

الگوهای غیر خطی

فعالیت

۱ در الگوی زیر، شکل بعدی را رسم کنید و جدول را کامل نمایید.



شماره شکل : n	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد نقطه ها : t_n	۵	۱۲	۲۱	۳۲	...
رابطه بین n و t_n	$t_1=5$	$t_2=12$	$t_3=21$	$t_4=32$...

۲ آیا این الگوی یک الگوی خطی است؟ چرا؟ خیر - چون اختلاف هر دو جمله ی متوالی در آن، عددی ثابت نیست.

تهیه کننده:

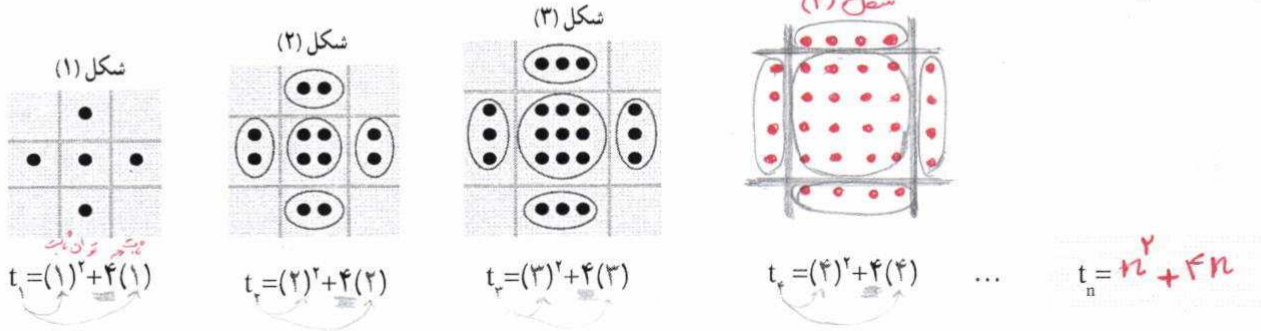
گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

تهیه کننده:

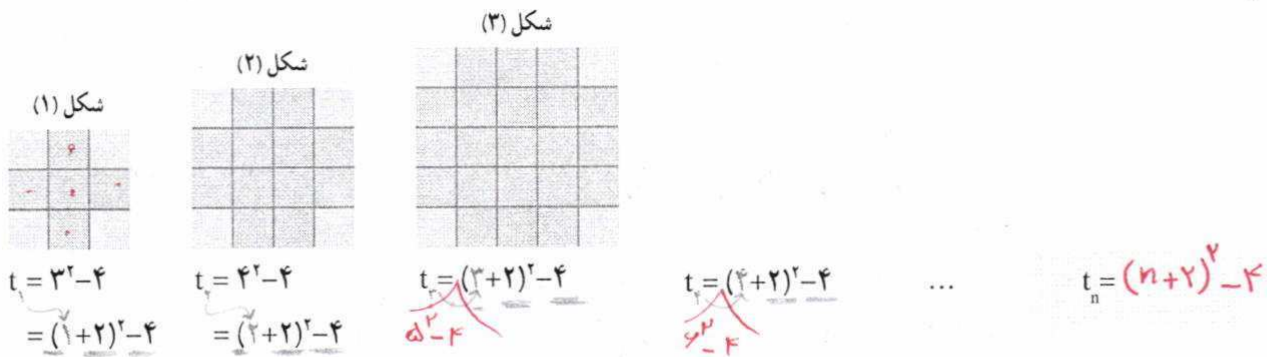
گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

شکل ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

۳ امیررضا برای یافتن جمله عمومی این الگو، مجموعه نقاط هر شکل را به صورت زیر دسته بندی کرد. از شکل های امیررضا کمک بگیرید و مقدار t_n را بیابید.



۴ امیرمحمد نگاه دیگری به مسئله داشت. او برای هر شکل این الگو، شکل دیگری را به صورت زیر نظیر کرد. با استفاده از این شکل ها مقدار t_n را بنویسید.



۵ نشان دهید که دو مقدار به دست آمده برای t_n در دو قسمت قبلی، برابرند.
 ۶ آیا شما روش دیگری برای یافتن t_n می شناسید؟ پاسخ خود را با جواب دوستانتان مقایسه کنید.

دنباله

در بخش قبل برای برخی الگوهای هندسی داده شده، یک الگوی عددی نظیر کردیم. به عنوان نمونه در فعالیت قبل، تعداد نقاط مربوط به شکل های متوالی الگو به صورت زیر بود:

۵، ۱۲، ۲۱، ۳۲، ۴۵،

این آرایش از اعداد، مثالی از یک دنباله است.

یک سری (ردیف)

هر تعداد عدد را که پشت سرهم قرار می گیرند، یک دنباله می نامیم. این اعداد، جملات دنباله نامیده می شوند.

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

هرسور عدد در یک دنباله است

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

توجه داشته باشید

توجه داریم که ممکن است جملات یک دنباله فاقد الگو باشند. مشابه صفحات قبل، جمله اول این دنباله را با t_1 ، جمله دوم را با t_2 و به همین ترتیب جمله n ام یا جمله عمومی آن را با t_n نمایش می دهیم. پس:

$$t_1 = 5, t_2 = 12, t_3 = 21, \dots, t_n = n^2 + 4n, \dots$$

گفتنی است که این دنباله یک دنباله درجه ۲ نامیده می شود؛ زیرا جمله عمومی آن یک چند جمله ای درجه دوم است.

بجزیره آفرگشته سبب اینی

کاردرکلاس

۱ دو دنباله دلخواه مثال بزنید.

۲ جمله عمومی چند دنباله داده شده است. در هر مورد، جاهای خالی را پر کنید.

الف) $a_n = n^2 - 1$: ۰, ۳, ۸, ۱۵, ۲۴

ب) $b_n = -n + 4$: ۳, ۲, ۱, ۰, -۱, -۲

ج) $c_n = -12 + 2n$: -۱۱, -۹, -۷, -۵, -۳

۳ در هر سطر از جدول زیر یک دنباله آمده است. در هر مورد سه جمله بعدی را بنویسید. همچنین در پنج مورد اول سعی کنید جمله عمومی دنباله را نیز حدس بزنید.

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	...	t_n	...
-۱	-۲	-۳	-۴	-۵	-۶	-۷	...	-n	...
۱	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{9}=3$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{13}$...	$\sqrt{2n-1}$...
۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	...	n^2	...
۰/۱	۰/۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۰۰۱	...	$(۰/۱)^n$...
-۱	۸	-۲۷	۶۴	-۱۲۵	۲۱۶	-۳۴۳	...	$(-1)^n(n^3)$...
۵	۱۸	۲۱	۴۴	۵۷	۷۰	۸۳	...	$۱۳n-۸$...
-۲	۱	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{-1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{-1}{32}$...	$(-1)^n \times 2^{2-n}$...
۱	۲	۴	۷	۱۱	۱۶	۲۳
۳	۱	۴	۱	۵	۱	۶	۱
۱	۱	۲	۳	۵	۸	۱۳	۲۱
۲	۳	۵	۷	۱۱	۱۳	۱۷
۲	۳	۵	۷	۹	۱۱	۱۳

دنباله های مربعی

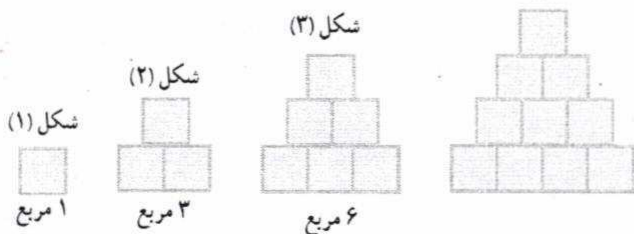
ن / س

دنباله های فیبوناچی

اعداد اول و ...

اولی تک واحد اضافه شده و بعدی ها ۲ واحد

خواست شده



۴ الگوی مقابل را در نظر بگیرید.

الف) تعداد مربع ها در الگو را به صورت یک دنباله تا جمله ششم آن بنویسید. $۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ۲۱, \dots$ (دنباله مثلثی)

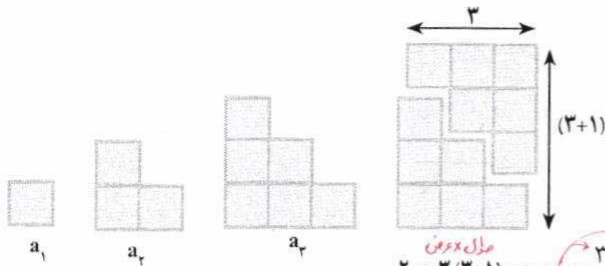
ب) آیا دنباله حاصل یک دنباله خطی است؟ چرا؟ چون اختلاف

هر دو جمله متوالی آن عددی ثابت نیست.

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

شکل‌های گوی و الگو



پ) شکل‌های الگوی بالا را به صورت مقابل تبدیل می‌کنیم. با دقت در تصویر مقابل سعی کنید حاصل a_n را بر حسب n به دست آورید.

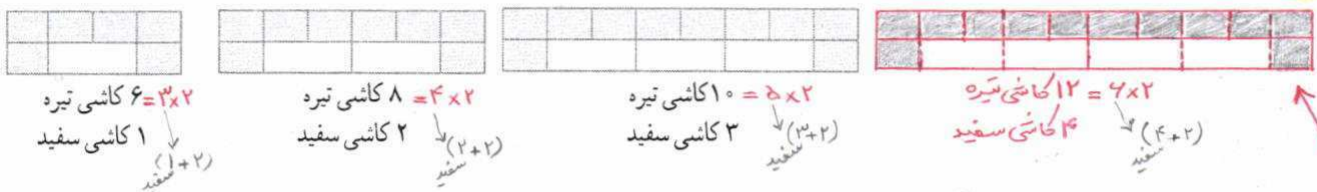
مساحت مربع $2a_n = 3(3+1) \Rightarrow a_n = \frac{3(3+1)}{2} \Rightarrow a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

ت) به کمک مرحله قبل حاصل عبارت زیر را بنویسید.

همان جمله n ام مرحله قبل $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

تمرین

۱ به الگوی زیر توجه کنید.



الف) شکل بعدی را رسم کنید و تعداد کاشی‌های تیره آن را مشخص کنید.

ب) تعداد کاشی‌های تیره در هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله هفتم آن بنویسید. $6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, \dots$

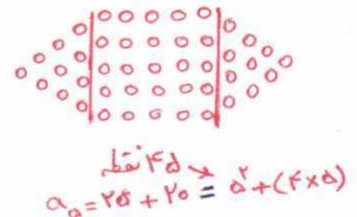
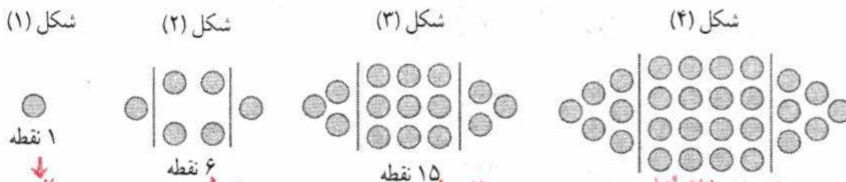
پ) اگر n تعداد کاشی‌های سفید و t_n تعداد کاشی‌های تیره باشد، مقدار t_n را بر حسب n بنویسید.

ت) برای ۱۰۰ کاشی سفید، چند کاشی تیره لازم است؟ $t_{100} = (100+2)(2) = 204$

ث) آیا در این الگو شکلی وجود دارد که شامل ۵۰ کاشی تیره باشد؟ اگر هست، تعداد کاشی‌های سفید آن چند است؟ $t_n = (n+2)(2) \Rightarrow 50 = 2n+4 \Rightarrow 2n = 46 \Rightarrow n = 23$

۲ الگوی زیر را در نظر بگیرید.

شکل (۵)



الف) شکل بعدی را رسم کنید، سپس تعداد نقاط هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله ششم آن بنویسید. $1, 6, 15, 28, 45, 66, \dots$

ب) جمله عمومی الگو را بیابید. $a_n = n^2 + (n-1)n$ یا $a_n = 2n^2 - n$

پ) شکل دهم در این الگو چند نقطه دارد؟ $a_{10} = 10^2 + (10-1)(10) = 190$

۳ جمله عمومی چند دنباله داده شده است. در هر مورد چهار جمله اول دنباله را بنویسید و سپس به هر یک از آنها یک الگوی هندسی نظیر کنید. (جواب در بالای صفحه)

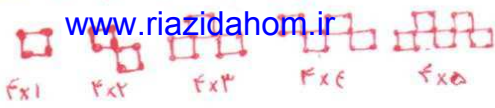
- الف) $a_n = 4n$
- ب) $b_n = 3n+1$
- پ) $c_n = n^2+2$
- ت) $d_n = n^2+n$

۴ برای دنباله‌های درجه دو زیر، یک الگوی هندسی نظیر کنید و به کمک آن جمله عمومی هر دنباله را بیابید.

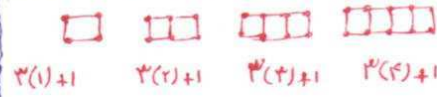
الف) $5, 8, 13, 20, 29, \dots$
 $a_1 = 1^2 + 4$
 $a_2 = 2^2 + 4$
 $a_3 = 3^2 + 4$
 $a_4 = 4^2 + 4$
 $a_n = n^2 + 4$

ب) $5, 12, 22, 35, 51, \dots$
 $a_1 = 1^2 + 1 + 3$
 $a_2 = 2^2 + 2 + 3$
 $a_3 = 3^2 + 3 + 2$
 $a_4 = 4^2 + 4 + 1$
 $a_5 = 5^2 + 5 + 1$
 $b_n = (n+1)^2 + \frac{n(n+1)}{2}$

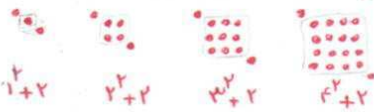
الف) ... و ۲۵ و ۱۴ و ۱۲ و ۸ و ۴



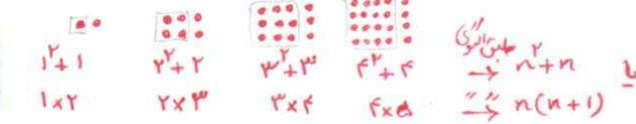
ب) ... و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴



پ) ... و ۱۸ و ۱۱ و ۶ و ۳



ت) ... و ۲۵ و ۱۲ و ۶ و ۲



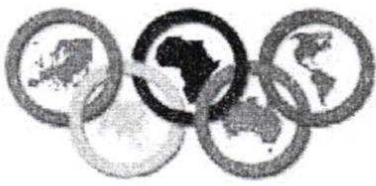
درین چهارم: دنباله های حسابی و هندسی

دنباله حسابی

در صفحات قبل، مثال هایی از الگوهای عددی خطی ارائه شد. نام دیگر این گونه الگوهای عددی، دنباله های حسابی است. به عبارت دیگر:

دنباله ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می آید، یک دنباله حسابی نامیده می شود و به آن عدد ثابت، قدر نسبت دنباله می گویند.

فعالیت



۱ سال های برگزاری مسابقات المپیک از آغاز هزاره سوم میلادی به بعد به صورت زیر است که جملات یک دنباله حسابی اند.

۲۰۰۰, ۲۰۰۴, ۲۰۰۸, ۲۰۱۲, ۲۰۱۶, ۲۰۲۰,

الف) جمله اول و قدر نسبت این دنباله را مشخص کنید. $t_1 = 2000, d = 4$

ب) نهمین دوره المپیک در این هزاره در چه سالی برگزار خواهد شد؟ ۲۰۳۲

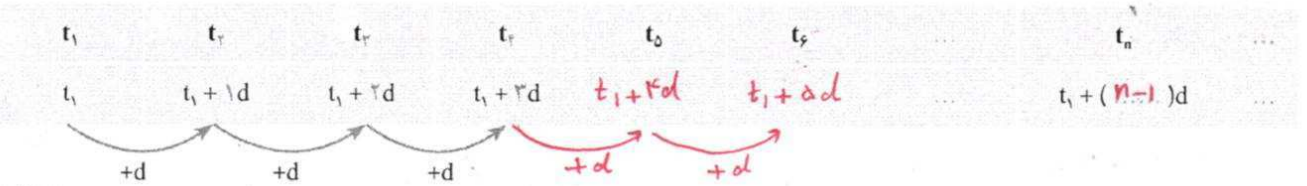
پ) با تکمیل جدول زیر، جمله عمومی این دنباله را به دست آورید.

t_1	t_2	t_3	t_4	...	t_n
۲۰۰۰	۲۰۰۰ + ۱(۴)	۲۰۰۰ + ۲(۴)	۲۰۰۰ + ۳(۴)	...	۲۰۰۰ + (n-1)(۴)

ت) بیست و چهارمین دوره المپیک در هزاره سوم میلادی در چه سالی برگزار خواهد شد؟

$t_{24} = 2000 + (24-1)(4) = 2092$

۷ با تکمیل جدول زیر، سعی کنید ساختار کلی جمله عمومی یک دنباله حسابی را به دست آورید.



تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

شکل ۱-۱: مجموعه، الف و دنباله

$$b_n = b_1 + (n-1)d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

همان طور که مشاهده شد،

جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدر نسبت d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

کار در کلاس

۱ در دنباله های حسابی زیر با مشخص کردن قدر نسبت، سه جمله بعدی را بنویسید و سپس جمله عمومی هر کدام را به دست آورید.

الف) $5, 10, 15, 20, \boxed{25}, \boxed{30}, \boxed{35}, \dots, d=5, a_n = 5 + (n-1) \times 5 = 5n$

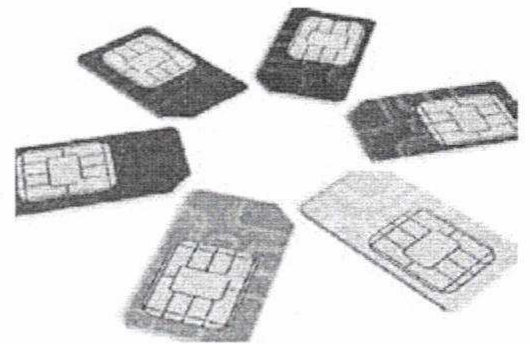
ب) $1, 3, 5, 7, \boxed{9}, \boxed{11}, \boxed{13}, \dots, d=2, b_n = 1 + (n-1) \times 2 = 2n-1$

پ) $5, 9, 13, 17, \boxed{21}, \boxed{25}, \boxed{29}, \dots, d=4, c_n = 5 + (n-1) \times 4 = 4n+1$

ت) $13, 7, 1, -5, \boxed{-9}, \boxed{-13}, \boxed{-17}, \dots, d=-4, d_n = 13 + (n-1) \times (-4) = -4n + 19$

۲ A و B دو شرکت عرضه کننده سیم کارت های تلفن همراه با شرایط زیرند.

سیم کارت های شرکت B	سیم کارت های شرکت A
هزینه ثابت ماهانه: ۳۰۰۰ تومان	هزینه ثابت ماهانه: ۲۰۰۰ تومان
هزینه هر دقیقه مکالمه: ۲۰ تومان	هزینه هر دقیقه مکالمه: ۳۰ تومان



فرض کنیم a_n نشان دهنده هزینه کل n دقیقه مکالمه ماهانه از طریق سیم کارت شرکت A و b_n هزینه مشابه برای استفاده از سیم کارت شرکت B باشد.

$$a_n = 2000 + 30n$$

$$b_n = 3000 + 20n$$

الف) مقدار a_n و b_n را بر حسب n بنویسید.

ب) جدول زیر را کامل کنید.

زمان مکالمه ماهانه (دقیقه): n	۰	۴۰	۸۰	۱۲۰	۱۶۰
هزینه سیم کارت A: a_n	۲۰۰۰	۳۲۰۰	۴۴۰۰	۵۶۰۰	۶۸۰۰
هزینه سیم کارت B: b_n	۳۰۰۰	۳۸۰۰	۴۶۰۰	۵۴۰۰	۶۲۰۰

چون جمله عمومی هر دو نشان به شکل خط $t_n = an + b$ است با این اختلاف هر دو جمله متوالی آنها برابر عددی ثابت است.

پ) آیا a_n و b_n هر کدام می توانند جمله عمومی یک دنباله حسابی باشند؟ چرا؟

اگر جواب مثبت است، قدر نسبت هر یک را مشخص کنید.
 (ت) سارا در هر ماه حدود یک ساعت و فاطمه ماهانه تقریباً ۱۵۰ دقیقه با تلفن همراه مکالمه می کنند. به هر یک از آنها کدام سیم کارت را پیشنهاد می کنید؟ چرا؟

سین به سارا سیم کارت شرکت A پیشنهاد می کنیم.

$$a_{40} = 2000 + 30(40) = 3200$$

$$b_{40} = 3000 + 20(40) = 3800$$

فاطمه " " B " " " " " "

$$a_{150} = 2000 + 30(150) = 6500$$

$$b_{150} = 3000 + 20(150) = 6000$$

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان



سوزن دوزی - سیستان و بلوچستان

مثال

در دنباله حسابی زیر جمله شانزدهم را به دست آورید. $4, 11, 18, 25, \dots$
 حل: آرتین و آرکان این مثال را به روش های زیر حل کرده اند. شما کدام روش را می پسندید؟

آرتین: از جمله عمومی دنباله حسابی استفاده می کنیم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_{16} = t_1 + 15d$$

$$= 4 + (15)(7)$$

$$= 109$$

از این روش زودتر جواب بدست می آید ✓

آرکان: یک الگوی خطی با قدرنسبت 7 داریم. پس

$$t_n = 7n + b$$

$$t_1 = 7(1) + b$$

$$4 = 7 + b \Rightarrow b = -3$$

جمله عمومی

$$t_n = 7n - 3$$

$$t_{16} = 7(16) - 3$$

$$t_{16} = 109$$

کاردرکلاس

$4, 7, 10, 13, \dots$

$25, 20, 15, 10, \dots$

- الف) یک دنباله حسابی با قدرنسبت مثبت مثال بزنید که جمله چهارم آن 10 باشد.
- ب) یک دنباله حسابی با قدرنسبت منفی مثال بزنید که جمله چهارم آن 10 باشد.
- پ) دنباله ای حسابی مثال بزنید که تنها سه جمله مثبت داشته باشد و سایر جملات آن منفی باشند.

الف) بین 18 و 62 سه عدد را چنان قرار دهید که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله حسابی بدهند. در این حالت می گوئیم بین 18 و 62 سه واسطه حسابی درج کردیم.
 حل: با فرض اینکه 18 جمله اول باشد، قدرنسبت را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

$$\begin{cases} t_1 = 18 \\ t_5 = 62 \end{cases} \Rightarrow t_1 + 4d = 62 \Rightarrow d = 11$$

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
18	29	40	51	62

$d = \frac{t_m - t_n}{m - n}$

ب) بین 20 و 80 به تعداد مشخص شده در هر مورد واسطه حسابی درج کنید.

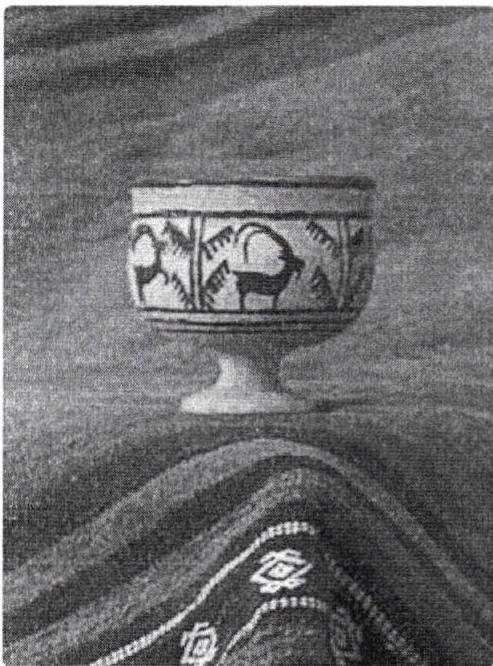
$t_3 = t_1 + 2d \rightarrow 80 = 20 + 2d \rightarrow d = 30$

$t_4 = t_1 + 3d \rightarrow 80 = 20 + 3d \rightarrow d = 20$

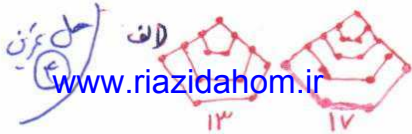
$t_5 = t_1 + 4d \rightarrow 80 = 20 + 4d \rightarrow d = 15$

$t_6 = t_1 + 5d \rightarrow 80 = 20 + 5d \rightarrow d = 12$

$t_7 = t_1 + 6d \rightarrow 80 = 20 + 6d \rightarrow d = 10$



پویانمایی روی سفال



دنباله حسابی ... ۱۷، ۱۳، ۹، ۵، ۱، ۰، ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، ۳۶، ۴۰، ۴۴، ۴۸، ۵۲، ۵۶، ۶۰، ۶۴، ۶۸، ۷۲، ۷۶، ۸۰، ۸۴، ۸۸، ۹۲، ۹۶، ۱۰۰، ۱۰۴، ۱۰۸، ۱۱۲، ۱۱۶، ۱۲۰، ۱۲۴، ۱۲۸، ۱۳۲، ۱۳۶، ۱۴۰، ۱۴۴، ۱۴۸، ۱۵۲، ۱۵۶، ۱۶۰، ۱۶۴، ۱۶۸، ۱۷۲، ۱۷۶، ۱۸۰، ۱۸۴، ۱۸۸، ۱۹۲، ۱۹۶، ۲۰۰

الف) $t_n = t_1 + (n-1)d \rightarrow t_n = 1 + (n-1)4 \rightarrow t_n = 4n - 3$
 ب) $397 = 4n - 3 \rightarrow 400 = 4n \rightarrow n = 100$

تمرین

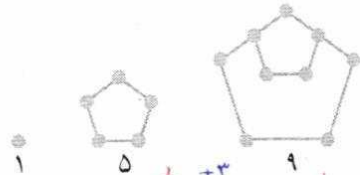
از بین دنباله‌های زیر، دنباله‌های حسابی را مشخص کنید و در هر یک از آنها با تعیین قدرنسبت، جمله بیست و یکم را بیابید.

- الف) $3, 10, 17, 24, \dots \rightarrow t_1=3, d=7$ ✓
- ب) $1, 2, 4, 8, \dots$ ✗
- پ) $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, \dots \rightarrow t_1=\sqrt{3}, d=\sqrt{3}$ ✓
- ت) $1^0, 7, 4, 1, \dots \rightarrow t_1=10, d=-3$ ✓
- ث) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1, \dots \rightarrow t_1=\frac{2}{5}, d=\frac{1}{5}$ ✓
- ج) $2, 2, 2, 2, \dots \rightarrow t_1=2, d=0$ ✓

در یک دنباله حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. دنباله را مشخص کنید: یعنی با به دست آوردن جمله اول و قدرنسبت، جملات دنباله را بنویسید.

در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۳۹ است. دنباله را مشخص کنید.

الف) دو جمله بعدی الگوی مقابل را با رسم شکل بیابید و نوع دنباله را مشخص کنید.
 ب) جمله عمومی آن را مشخص کنید.
 پ) جمله چندم این دنباله ۳۹۷ است؟



- الف) واسطه حسابی بین ۵ و ۱۱ چه عددی است؟ $t_2 = t_1 + 2d \rightarrow 11 = 5 + 2d \rightarrow d=3$
- ب) واسطه حسابی بین ۲ و ۳۰ چه عددی است؟ $t_2 = t_1 + 2d \rightarrow 30 = 2 + 2d \rightarrow d=14$
- پ) از دو قسمت قبل چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
 $2 \text{ برابر جمله } \rightarrow \text{مجموع جمله اولی و سوم است یعنی } 2b = a + c$

مسئله زیر در پاپیروس رایند آمده است. آن را حل کنید.
 «۱۰۰ قرص نان را بین ۵ مرد چنان تقسیم کنید که سهم‌های دریافت شده، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد.»

$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 100 \rightarrow 5t_1 + 10d = 100$
 $\frac{1}{3}(t_3 + t_4 + t_5) = t_1 + t_2 \rightarrow -t_1 + 2d = 0$



بخشی از پاپیروس رایند

$$\begin{cases} 5t_1 + 10d = 100 \\ -t_1 + 2d = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{20d = 100}{20} \rightarrow d = 5 \rightarrow -t_1 + 2d = 0 \rightarrow t_1 = 10$$

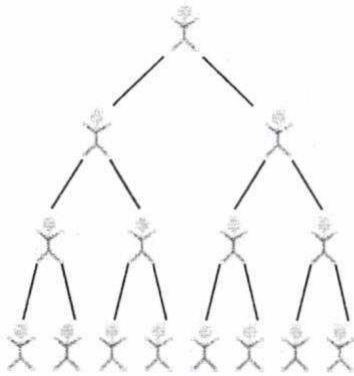
دنباله: ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰

مجموع جمله nام: $t_n = t_1 + (n-1)d$
 الف) $t_n = 3 + (n-1)7 \rightarrow t_{11} = 3 + 10 \times 7 = 74$
 ب) $a_n = \sqrt{3} + (n-1)\sqrt{3} \rightarrow a_{11} = \sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$
 ت) $b_n = 10 + (n-1)(-3) \rightarrow b_{11} = 10 - 30 = -20$
 ث) $c_n = \frac{2}{5} + (n-1)(\frac{1}{5}) \rightarrow c_{11} = \frac{2}{5} + \frac{10}{5} = \frac{12}{5}$
 ج) $t_n = 2 + (n-1)(0) \rightarrow t_{11} = 2 + 0 = 2$
 $t_1 + 2d = 20 \rightarrow 2 + 2d = 20 \rightarrow d=9$
 $t_1 + 2d = 56 \rightarrow 2 + 2d = 56 \rightarrow d=27$
 $3t_1 + 3d = 39 \rightarrow 3t_1 + 27d = 39$
 $3t_1 + 3d = 3 \rightarrow 3t_1 = -3 \rightarrow t_1 = -1$
 دنباله: $-3, 1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots$

قدیمی‌ترین کتاب ریاضی جهان تاریخ تقریبی پاپیروس رایند (یا احمس) سال ۱۶۵۰ قبل از میلاد است. این پاپیروس یک متن ریاضی می‌باشد که تا حدودی ماهیت یک کتاب راهنما را دارد و شامل ۸۵ مسئله به خط هیراتی است. احمس کاتب، آن را از روی یک اثر قدیمی‌تر نسخه‌برداری کرده است. این پاپیروس در سال ۱۸۵۸ میلادی به وسیله مصرشناس اسکاتلندی، هنری رایند، در مصر خریداری شد و سپس به موزه بریتانیا منتقل شد. پاپیروس‌های رایند (۱۶۵۰ ق.م. و مسکو (۱۸۵۰ ق.م.) از منابع اصلی اطلاعات ما درباره ریاضیات مصر باستان هستند. پاپیروس رایند در سال ۱۹۲۷ منتشر شد. این پاپیروس حدود ۵/۵ متر طول و ۳۰ سانتی‌متر عرض دارد.

۱- Ahmes
 ۲- A. Henry Rhind

درس ریاضی پایه دهم



دنباله هندسی

علی به بیماری آنفولانزا مبتلا شده است. روز شنبه چند تن از دوستانش بدون آنکه ماسک زده باشند، به عیادت او آمدند. در این زمان ویروس آنفولانزا از راه تنفس وارد بدن امید و محسن می شود؛ چرا که آنها روز یکشنبه مبتلا به این بیماری شدند. اگر پیشگیری انجام نشود و موارد بهداشتی مراعات نگردد، پیش بینی می شود که انتشار ویروس تا مدتی با همین الگو ادامه یابد؛ یعنی امید و محسن در روز اول بیماری خود، هر کدام ویروس را به ۲ نفر دیگر منتقل کنند؛ به طوری که روز دوشنبه ۴ نفر جدید از طریق آنها مبتلا شوند و این روند ادامه پیدا کند.

فعالیت

۱ جدول مقابل را کامل کنید و t_n را بیابید.

۲ در روز دهم چند فرد جدید مبتلا می شوند؟ $n=10$

۳ در روز یازدهم چند شخص جدید به این بیماری مبتلا می شوند؟ $n=11$

۴ در روز چندم تعداد افراد جدیدی که به بیماری آنفولانزا مبتلا می شوند، برابر ۱۶۳۸۴ $n=?$

نفر می شود. $t_n = 2^n \rightarrow 16384 = 2^n \rightarrow 2^{14} = 2^n \rightarrow n = 14$ **شماره**

در مثال بالا می توانیم تعداد مبتلایان جدید هر روز را به صورت دنباله زیر بنویسیم:

۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲, ...

این دنباله یک دنباله حسابی نیست؛ چرا که تفاضل جملات متوالی آن ثابت نیست، بلکه نسبت تقسیم هر دو جمله متوالی آن برابر عددی ثابت است.

$$\dots = \frac{32}{16} = \frac{16}{8} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = 2$$

اینگونه دنباله ها را دنباله های هندسی می نامیم. یعنی:

t_n : تعداد افراد جدیدی که در n : روز
روز n ام مبتلا می شوند

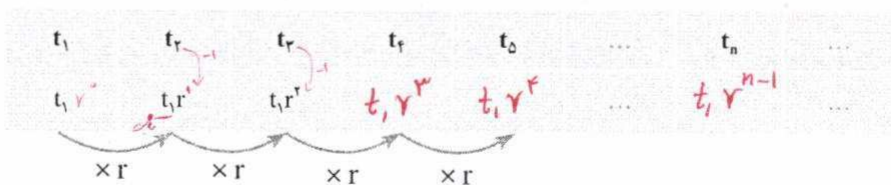
۱	(امید و محسن) ۲
۲	$2 \times 2 = 2^2$
۳	$4 \times 2 = 2^3$
۴	$8 \times 2 = 16 = 2^4$
۵	$16 \times 2 = 32 = 2^5$
۶	$32 \times 2 = 64 = 2^6$
...	...
n	$t_n = 2^n$

دنباله هندسی، دنباله ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت به دست می آید. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله می نامیم. **(عذیر صفر)**

سوال مهم: هندسی نیست حسابی است
(در آن سوزن زده به)

فعالیت

در حالت کلی در یک دنباله هندسی، اگر جمله اول t_1 و قدرنسبت r باشد، جملات آن به شکل زیر خواهند بود. جدول را تکمیل کنید.



تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

با دقت در الگوی به کار رفته در جملات بالا دیده می شود که :

جمله nام دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله اول و r قدرنسبت می باشد.

کار در کلاس

1 نرگس و نگار برای محاسبه هفتمین جمله دنباله هندسی 1, 3, 9, ...

روش های مقابل را به کار برده اند.

کدام یک از آنها این مثال را درست حل کرده اند؟ توضیح دهید. برای محاسبه قدرنسبت دنباله هندسی باید هر جمله را تقسیم بر جمله ی پیشینش کرد.

✓ نگار $r = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ $t_7 = 9 \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1} = \frac{1}{81}$	✗ نرگس $r = \frac{9}{3} = 3$ $t_7 = 9(3)^{7-1} = 6561$
---	---

2 در دنباله های هندسی زیر، قدرنسبت را مشخص کنید و دو جمله بعدی را بنویسید.

سپس جمله عمومی هر دنباله را به دست آورید.

a) a_1 2, 6, 18, 54, 162, 486, , $a_n = 2 \times 3^{n-1}$
 $\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \times 3 & \times 3 \end{matrix}$

b) b_1 5, 10, 20, 40, 80, 160, , $b_n = 5 \times 2^{n-1}$
 $\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \times 2 & \times 2 \end{matrix}$

c) c_1 6, -6, 600, -6000, 60000, -600000, , $c_n = 6 \times (-10)^{n-1}$
 $\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \times (-10) & \times (-10) \end{matrix}$

d) d_1 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, 1/4, 1/8, , $d_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
 $\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \times \frac{1}{2} & \times \frac{1}{2} \end{matrix}$

3 الف) اگر بین 3 و 48، عدد 12 را قرار دهیم، سه عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی می دهند. در این حالت می گوئیم 12 واسطه هندسی بین 3 و 48 است. برای این کار به جز 12 چه عدد دیگری را می توان در نظر گرفت؟ هیچ عدد دیگری جز 12 در نظر گرفت.

$$\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_3 = 48 \Rightarrow t_1 r^2 = 48 \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4 \end{cases}$$

$\begin{matrix} \times 4 & \times 4 \\ 3 & 12 & 48 \end{matrix}$

ب) بین 3 و 48 سه واسطه هندسی درج کنید. آیا جواب یکتاست؟ خیر

$t_5 = 48 \Rightarrow t_1 r^4 = 48 \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = \pm 2$

$\begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\ 3 & 6 & 12 & 24 & 48 \\ 3 & -6 & 12 & -24 & 48 \end{matrix}$

ب) جاهای خالی را طوری پر کنید که در هر مورد یک دنباله هندسی حاصل شود.

$t_4 = 4000 \Rightarrow t_1 r^3 = 4000 \Rightarrow r^3 = 4000 \Rightarrow r = 10$

$t_3 = 4000 \Rightarrow t_1 r^2 = 4000 \Rightarrow r^2 = 4000 \Rightarrow r = \pm 20$

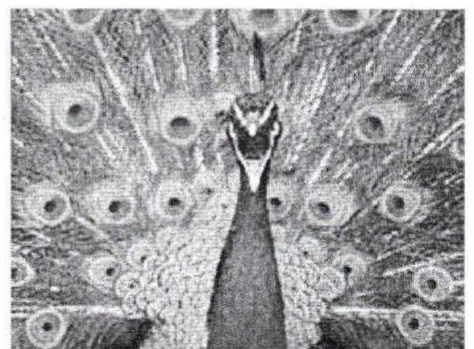
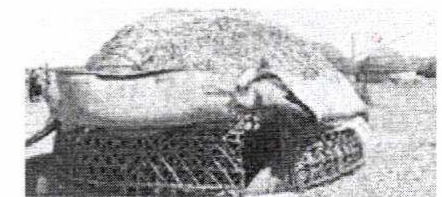
$t_1 = 10, t_2 = 200, t_3 = 4000, t_4 = 80000$

$\begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ 4 & 12 & 36 & 108 \\ 2 & 17 & 34 & 108 \\ 2 & 17 & 34 & 108 \\ 2 & 17 & 34 & 108 \end{matrix}$

$t_4 = 10000 \Rightarrow t_1 r^3 = 10000 \Rightarrow r^3 = 10000 \Rightarrow r = 21.544 \dots$

$t_4 = 10000 \Rightarrow t_1 r^3 = 10000 \Rightarrow r^3 = 10000 \Rightarrow r = 21.544 \dots$

$t_4 = 9172 \Rightarrow t_1 r^3 = 9172 \Rightarrow r^3 = 9172 \Rightarrow r = 21.544 \dots$



درستی یا نادرستی جملات



۴ یک کوه بخی هزار شی، در هر روز یک پنجم وزن خود را از دست می دهد.
 پس از گذشت ۵ روز کدام گزینه درست است؟
 الف) چیزی از آن باقی نمی ماند.
 ب) حدود $\frac{1}{3}$ آن باقی می ماند.
 پ) تقریباً نصف آن آب می شود.
 ت) حدود $\frac{2}{3}$ آن باقی می ماند.

تذکره

از بین موارد زیر، دنباله های هندسی را مشخص کنید و قدر نسبت آنها را بنویسید.
 الف) $7, 28, 112, 448, \dots \rightarrow r=4$
 ب) $2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, \dots$
 ج) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots \rightarrow r=\frac{1}{2}$
 د) $5, 5, 5, 5, \dots \rightarrow r=1$

چند دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{4}{5}$ می توان ساخت؟ دو مورد را بنویسید.
 الف) $2, 1.6, 1.28, 1.024, \dots$
 ب) $1, 0.8, 0.64, 0.512, \dots$

درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. در صورت درست بودن توضیح دهید و در صورت نادرست بودن مثال نقض ارائه کنید.
 الف) هر دنباله، یا حسابی است یا هندسی.
 ب) دنباله ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی.

علی دو چرخه ای را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت دو چرخه دست دوم، در هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد.
 الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش دو چرخه اش را داشته باشد، به چه قیمتی می تواند آن را بفروشد؟
 ب) قیمت دو چرخه بعد از گذشت n سال از چه رابطه ای به دست می آید؟

حاصل ضرب بیست جمله اول دنباله هندسی مقابل را محاسبه کنید.
 $2, 4, 8, \dots$

بنابر آمار منتشر شده از جانب پزشکی قانونی کشور، آمار تلفات حادثه ای از عدد ۲۷۷۵۹ نفر در سال ۱۳۸۴ به عدد ۱۶۵۸۴ نفر در سال ۱۳۹۴ کاهش یافته است که نشان دهنده حدود ۵ درصد کاهش سالانه در این دهه است. اگر آمار حوادث رانندگی در کشور با همین سرعت کاهش یابد،
 الف) پیش بینی می شود در هر یک از سال های منتهی به سال ۱۴۰۰ چند نفر از هم وطن های ما جان خود را در حوادث رانندگی از دست بدهند؟ نتایج را در جدول زیر ثبت کنید.

سال	۱۳۹۲	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸	۱۳۹۹	۱۴۰۰
تعداد تلفات مورد انتظار	۱۶۵۸۴	۱۵۹۰۲	۱۵۲۲۰	۱۴۵۷۳	۱۳۹۲۳	۱۳۳۵۵	۱۲۷۹۷

ب) اعداد حاصل، چه نوع دنباله ای تشکیل می دهند؟ هندسی یا حسابی؟
 الف) $t_1=12 \rightarrow t_2=12 \rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{12}{12} = 1 \rightarrow r=1 \rightarrow t_3=12 \rightarrow t_4=12$
 ب) $t_1=12 \rightarrow t_2=12 \rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{12}{12} = 1 \rightarrow r=1 \rightarrow t_3=12 \rightarrow t_4=12$

بخشی از مطالب انتشار یافته در وب سایت ریاضی دهم

دانش آموز عزیز کفایت روی لینک مورد نظر کلیک کنید

ریاضی دهم

دانلود حل تمرین کتاب هندسه 1 دهم رشته ریاضی چاپ جدید 95 - 96 - سه شنبه 16 شهریور 1395 - 5:24

دانلود حل تمرین کتاب ریاضی دهم رشته انسانی چاپ جدید 95 - 96 - سه شنبه 16 شهریور 1395 - 11:13

دانلود حل تمرین کتاب ریاضی دهم رشته تجربی و ریاضی چاپ جدید 95 - 96 - شنبه 13 شهریور 1395 - 10:39

دانلود کتابهای دهم متوسطه 95-96 - سه شنبه 01 تیر 1395 - 2:50

سرفصلهای درس هندسه پایه دهم رشته ریاضی - چهارشنبه 02 تیر 1395 - 9:21

سرفصل های کتاب ریاضی پایه دهم رشته علوم انسانی و معارف - چهارشنبه 05 خرداد 1395 - 6:32

سرفصلهای ریاضی دهم رشته ی تجربی و ریاضی - دوشنبه 03 خرداد 1395 - 10:28

کاربرگ معادلات درجه 2 مخصوص ریاضی دهم (همه رشته ها) - سه شنبه 24 فروردین 1395 - 11:26

جزوه های بیشتر (کلیک کنید):

گام به گام رایگان دهم | | نمونه سوال دهم | | جزوه آموزشی دهم



جهت دانلود جدید ترین مطالب بر روی پایه خود روی لینک های زیر کلیک کنید.

ابتدایی

اول ✓ دوم ✓ سوم ✓ چهارم ✓ پنجم ✓ ششم ✓

متوسطه اول

هفتم ✓ هشتم ✓ نهم ✓

متوسطه دوم

دهم ✓ یازدهم ✓ دوازدهم ✓