



دوره آلفای سایت ریاضی ۱۰۰۰

تنها دوره آموزش ریاضی با

تضمین واقعی (فقط در تهران)

برای مشاهده ظرفیت های باقیمانده در منطقه های مختلف تهران روی لینک زیر کلیک کنید.

www.riazi1000.ir

تماس با مشاور:

۰۹۱۲۹۳۱۹۸۸۱

دانش آموز عزیز کفایت روی لینک مورد نظر کلیک کنید

ریاضی دهم

دانلود حل تمرین کتاب هندسه 1 دهم رشته ریاضی چاپ جدید 95 - 96 - سه شنبه 16 شهریور 1395 - 5:24

دانلود حل تمرین کتاب ریاضی دهم رشته انسانی چاپ جدید 95 - 96 - سه شنبه 16 شهریور 1395 - 11:13

دانلود حل تمرین کتاب ریاضی دهم رشته تجربی و ریاضی چاپ جدید 95 - 96 - شنبه 13 شهریور 1395 - 10:39

دانلود کتابهای دهم متوسطه 95-96 - سه شنبه 01 تیر 1395 - 2:50

سرفصلهای درس هندسه پایه دهم رشته ریاضی - چهارشنبه 02 تیر 1395 - 9:21

سرفصل های کتاب ریاضی پایه دهم رشته علوم انسانی و معارف - چهارشنبه 05 خرداد 1395 - 6:32

سرفصلهای ریاضی دهم رشته ی تجربی و ریاضی - دوشنبه 03 خرداد 1395 - 10:28

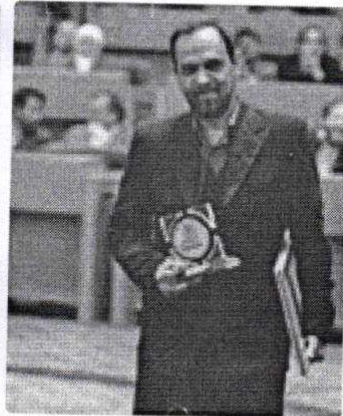
کاربرگ معادلات درجه 2 مخصوص ریاضی دهم (همه رشته ها) - سه شنبه 24 فروردین 1395 - 11:26

توان

توان های گویا و عبارات های جبری



پژوهشگاه رویان هشتم خرداد ماه سال ۱۳۷۰ به عنوان مرکز جراحی محدود با هدف ارائه خدمات درمانی به زوج های نابارور و پژوهش و آموزش در زمینه علوم باروری و ناباروری توسط زنده یاد دکتر سعید کاظمی آشتیانی و گروهی از پژوهشگران و همکارانش در جهاد دانشگاهی علوم پزشکی ایران تأسیس شد. در حال حاضر این پژوهشگاه فعالیت های پژوهشی خود را در سه پژوهشکده پزشکی تولیدمثل، سلول های بنیادی و زیست فناوری دنبال می کند و در دو مرکز درمان ناباروری و سلول درمانی نیز به بیماران خدمات ارائه می کند.



درس اول ریشه و توان

درس دوم ریشه ۱۱م

درس سوم توان های گویا

درس چهارم عبارات های جبری

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه ، استان خوزستان

درس اول: ریشه و توان

در سال گذشته با ریشه‌های دوم و سوم عددها آشنا شده‌اید. ریشه و توان رابطه‌ای دو سویه با هم دارند. به عنوان مثال $\sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow 2^3 = 8$ ؛ همچنین $\sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow 2^3 = 8$ علامت \Rightarrow به این معنی است که طرف چپ، طرف راست را نتیجه می‌دهد. اگر طرف راست هم طرف چپ را نتیجه دهد، می‌توان هر دو نتیجه را به‌طور خلاصه با علامت \Leftrightarrow نوشت. بنابراین می‌توانیم بنویسیم $\sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2^3 = 8$.

فعالیت

۱ اکنون با هر تساوی توانی یک تساوی رادیکالی بنویسید. همچنین نظیر هر تساوی رادیکالی یک تساوی توانی بنویسید؛ مانند نمونه‌ها

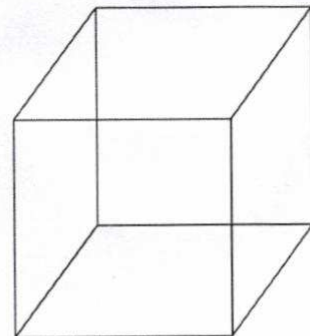
$(-3)^3 = -27 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-27} = -3$	$\sqrt{81} = 9 \Leftrightarrow 9^2 = 81$
$(-5)^2 = -125 \Leftrightarrow$	$\sqrt{50} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow$
$2^4 = 16 \Leftrightarrow$	$\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow$
$11^2 = 121 \Leftrightarrow$	$\sqrt{100} = 10 \Leftrightarrow$
$(0/25)^2 = 0/625 \Leftrightarrow$	$\sqrt{48} = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow$
$(0/5)^2 = 0/25 \Leftrightarrow$	$\sqrt{45} = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow$

۲ در جدول زیر جاهای خالی را پر کنید.

عدد	۸	۲۷	-۲۷	۱۲۵	-۱۰۰۰	۳۳۷۵	۱۰۰۰	۷۲۹
ریشه سوم	۲	۳	-۳	۵	-۱۰	۱۵	۱۰	۹

کار در کلاس

۱ حجم مخزن آبی که به شکل مکعب است، برابر ۲۵ متر مکعب است. طول ضلع این مکعب را حدس بزنید و حدس خود را آزمایش کنید. می‌دانیم هرگاه طول ضلع مکعب a متر باشد، حجم آن برابر a^3 متر مکعب است. ابتدا جدول را کامل کنید.



طول ضلع	۱	۲	۳	۴	۵	۶
حجم مکعب	۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

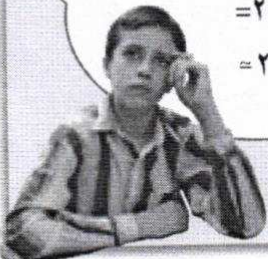
درس اول، مجموعه‌های حتمی و نامحتمی

دو دانش آموز طول ضلع مکعب را به روش‌های روبه‌رو به دست آورده‌اند: روش‌های این دو دانش آموز را توضیح دهید.

احمد: چون $3^3 = 27$ و $2 < \sqrt[3]{25} < 3$ پس $8 < 25 < 27$ بهتر است $2/8$ را امتحان کنم
 آیا $(2/8)^3 \stackrel{?}{=} 25$
 $(2/8)^3 = (2/8)^2 \times 2/8$
 $= 21/952$
 $= 22$



محسن: 25 به 27 نزدیک‌تر است تا 8 ، پس بهتر است عدد $2/9$ را امتحان کنم.
 $(2/9)^3 = (2/9)^2 \times 2/9$
 $= 24/389$
 $= 24/4$



دبیر: ریشه سوم 25 تقریبی به دست می‌آید و می‌توانیم به صورت تقریبی آن را برابر $2/9$ بگیریم.

$$\sqrt[3]{25} = 2/9$$

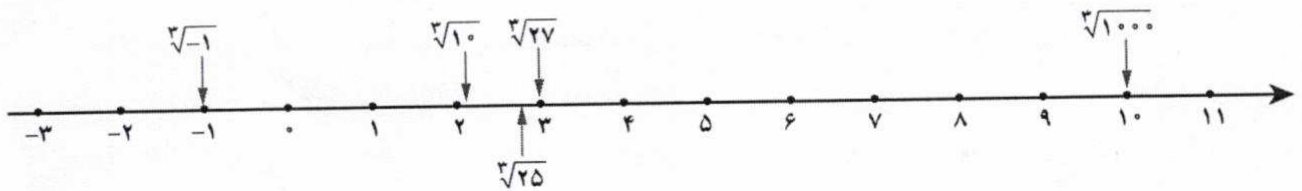
احمد: مقدار دقیق $\sqrt[3]{25}$ چقدر است؟

دبیر: $\sqrt[3]{25}$ یک عدد اعشاری است. اگر ماشین حساب مناسب داشته باشید، می‌توانید مقدار تقریبی دقیق‌تری برای آن به دست آورید، اما هیچ‌گاه مقدار دقیق آن به صورت اعشاری قابل نمایش نیست. به همین علت برای نمایش مقدار دقیق آن از نماد $\sqrt[3]{25}$ استفاده می‌کنیم.

اگر قدرت ماشین حساب شما بیشتر باشد، تعداد ارقام اعشاری بیشتری به دست می‌دهد و عدد دقیق‌تری برای ریشه سوم 25 حاصل می‌شود.

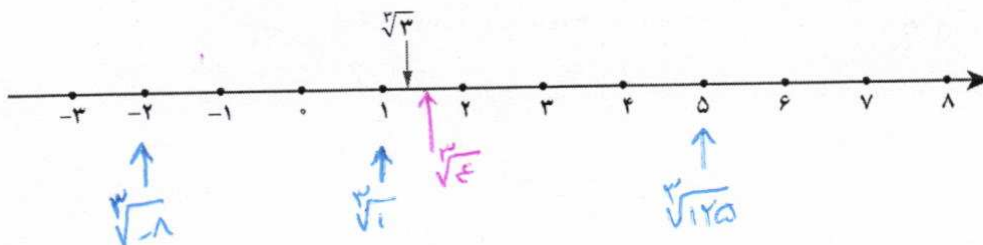
$\sqrt[3]{25}$ برای نمایش مقدار دقیق ریشه سوم 25 به کار می‌رود، اما در کاربردهای دنیای واقعی با مقادیر تقریبی آن مانند $2/9$ ، $2/92$ و $2/924$ کار می‌کنیم.

ریشه عددها را می‌توانیم به طور تقریبی روی محور اعداد نشان دهیم.



مقدار تقریبی یا دقیق ریشه‌ها را محاسبه کنید و مانند نمونه روی محور اعداد، نشان دهید (می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

$\sqrt[3]{1} = 1$ $\sqrt[3]{3} = 1/4$ $\sqrt[3]{4} = 1/5$ $\sqrt[3]{125} = 5$ $\sqrt[3]{-8} = -2$

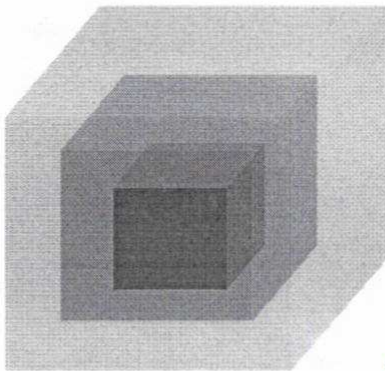


شکل ۱۳-۱۰: تقریب‌های گویا عبارت‌های چوبی

مانند نمونه با استدلال مشخص کنید که هر ریشه بین کدام دو عدد صحیح متوالی است:
الف) چون $36 < 30 < 25$ پس $6 < \sqrt{30} < 5$. همچنین چون $8 < 5 < 1$ پس $2 < \sqrt[3]{5} < 1$.

(ب) $\sqrt[3]{\square} < \sqrt{10} < \sqrt[3]{\square}$ (ب) $\sqrt[3]{\square} < \sqrt{7} < \sqrt[3]{\square}$
 (ت) $\sqrt[3]{\square} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{\square}$ (ت) $\sqrt[3]{\square} < \sqrt{-17} < \sqrt[3]{\square}$

زیر رادیکال (جای خالی) عدد یا عددهایی بگذارید که نامساوی‌ها برقرار باشند.



(ب) $9 < \sqrt[3]{\square} < 10$
 هر عددی بین ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰
 $\sqrt[3]{1000} < \sqrt[3]{\square} < \sqrt[3]{10000}$

الف) $4 < \sqrt[3]{\square} < 5$
 هر عددی بین ۱ تا ۱۲۵
 $\sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{\square} < \sqrt[3]{125}$

سه مکعب تو در تو مانند شکل مقابل واقع شده‌اند. حجم مکعب بیرونی (بزرگ) برابر ۶۴ و حجم مکعب داخلی (کوچک) ۲۷ است. طول ضلع مکعب میانی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ (حداقل سه پاسخ متفاوت ارائه کنید.)

$27 < a^3 < 64$
 $\sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{a^3} < \sqrt[3]{64}$
 $3 < a < 4$

فعالیت

مانند ریشه‌های دوم و سوم می‌توان ریشه چهارم را تعریف کرد. با هر تساوی توانی یک تساوی رادیکالی داریم:

$2^4 = 16 \Rightarrow$ ریشه‌های چهارم $\begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow -2 \end{matrix}$ $5^4 = 625 \Rightarrow$ ریشه‌های چهارم $\begin{matrix} \nearrow 5 \\ \searrow -5 \end{matrix}$
 $(-2)^4 = 16$ 625

$\sqrt[4]{625}$ عددی مثبت و برابر است با ریشه چهارم مثبت عدد ۶۲۵؛ یعنی $\sqrt[4]{625} = 5$. همچنین $-\sqrt[4]{625}$ عددی منفی است و برابر است با ریشه چهارم منفی عدد ۶۲۵؛ یعنی $-\sqrt[4]{625} = -5$.
 آیا ۱۶ ریشه چهارم دارد؟ آیا عددی منفی یا مثبت وجود دارد که وقتی به توان ۴ برسد، برابر ۱۶ شود؟
 اکنون عبارت را کامل کنید.

هر عدد مثبت دارای ... ریشه چهارم است که ... یکدیگرند.
 عددهای منفی ریشه چهارم ندارند.

تهیه کنندہ:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

۱ جاهای خالی را در جدول تکمیل کنید. آخرین ستون را به دلخواه کامل کنید.

عدد	۱۶	۶۲۵	۱۰۰,۰۰۰	۳۱۲۵	۸۱					
ریشه های چهارم	۲	-۲	۵	-۵	+۱۰	-۱۰	۵√۵	-۵√۵	۳	-۳

۲ جاهای خالی را در جدول تکمیل کنید.

عدد	-۳۲	۳۱۲۵	۷۱	-۲۴۳	-۱	-۱۰۰۰۰۰	۱۹	۴۴
ریشه پنجم	-۲	۵	√۷۱	-۳	-۱	-۱۰	√۱۹	√۴۴

۳ ریشه پنجم چه عددهایی با خودشان برابر است؟

$\sqrt[5]{1} = 1$ $\sqrt[5]{0} = 0$

۴ محاسبه کنید.

$\sqrt[5]{\frac{1}{100000}} = \frac{1}{10}$

$\sqrt[5]{-32} = -2$

$\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$

$\sqrt[5]{-0.00032} = -0.2$

۵ عبارت را کامل کنید.

هر عدد مثبت یا منفی دارای **یک** ریشه پنجم است. اگر عدد مثبت باشد، ریشه پنجم آن مثبت و اگر عدد منفی باشد ریشه پنجم آن **منفی** است.

تمرین

۱ برای هر عدد رادیکالی زیر، اگر حاصل آن یک عدد صحیح است، جواب را بنویسید و در غیر این صورت دو عدد صحیح متوالی بنویسید که عدد رادیکالی مورد نظر بین آنها باشد.

$\sqrt{16} = 4$ $\sqrt[3]{125} = 5$ $\sqrt[3]{-27} = -3$
 $\sqrt{49} = 7$ $\sqrt[3]{27} = 3$ $\sqrt[3]{-8} = -2$
 $\sqrt{81} = 9$ $\sqrt[3]{64} = 4$ $\sqrt[3]{-1} = -1$
 $\sqrt{144} = 12$ $\sqrt[3]{1000} = 10$ $\sqrt[3]{-1000} = -10$
 $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ $\sqrt[3]{1000000} = 100$ $\sqrt[3]{-1000000} = -100$
 $\sqrt{121} = 11$ $\sqrt[3]{125000} = 50$ $\sqrt[3]{-125000} = -50$
 $\sqrt{100} = 10$ $\sqrt[3]{1000000000} = 1000$ $\sqrt[3]{-1000000000} = -1000$
 $\sqrt{1} = 1$ $\sqrt[3]{1000000000000} = 10000$ $\sqrt[3]{-1000000000000} = -10000$
 $\sqrt{16} = 4$ $\sqrt[3]{1000000000000000} = 100000$ $\sqrt[3]{-1000000000000000} = -100000$
 $\sqrt{400} = 20$ $\sqrt[3]{1000000000000000000} = 1000000$ $\sqrt[3]{-1000000000000000000} = -1000000$
 $\sqrt{400} = 20$

۵۱

$\sqrt[3]{125000} = 50 < \sqrt[3]{1000000} = 100 < \sqrt[3]{1000000000} = 1000$

$\sqrt[3]{243} = 3 < \sqrt[3]{1000} = 10 < \sqrt[3]{1000000} = 1000$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

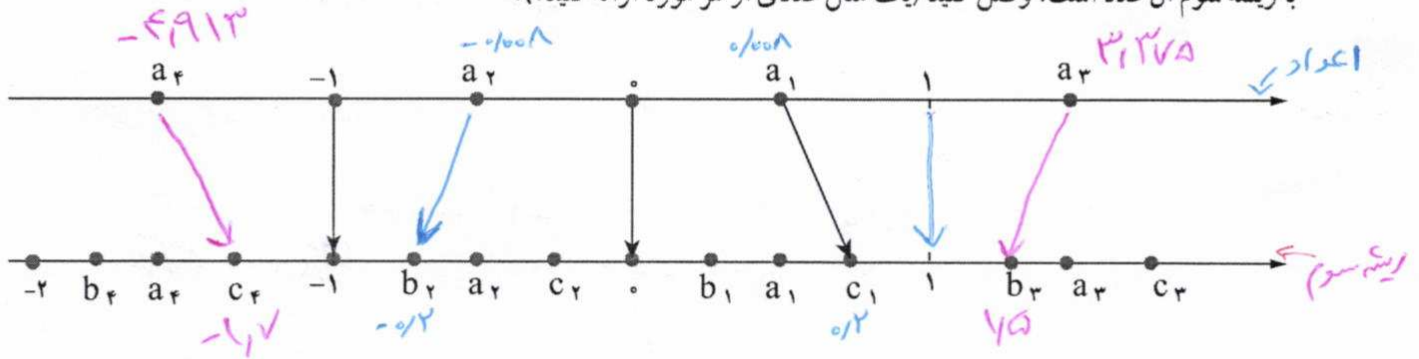
شکل ۱۳-۱۳: نمایش گرافیکی ریشه سوم

۲ مقدار تقریبی هر کدام از اعداد رادیکالی زیر را با یک رقم اعشار مشخص کنید (می توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

$$\sqrt[3]{10} \approx 2.15 \quad \sqrt[3]{25} \approx 2.92 \quad \sqrt[3]{7/25} \approx 1.91$$

$$\sqrt[3]{16} \approx 2.52 \quad \sqrt[3]{64} \approx 4.00 \quad \sqrt[3]{90} \approx 4.48$$

۳ مانند نمونه در شکل زیر، هر یک از اعداد مشخص شده روی محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه سوم آن عدد است، وصل کنید (یک مثال عددی از هر مورد ارائه کنید).



۴ با توجه به آنچه درباره ریشه سوم اعداد درک کرده اید، به سؤال های زیر پاسخ دهید.

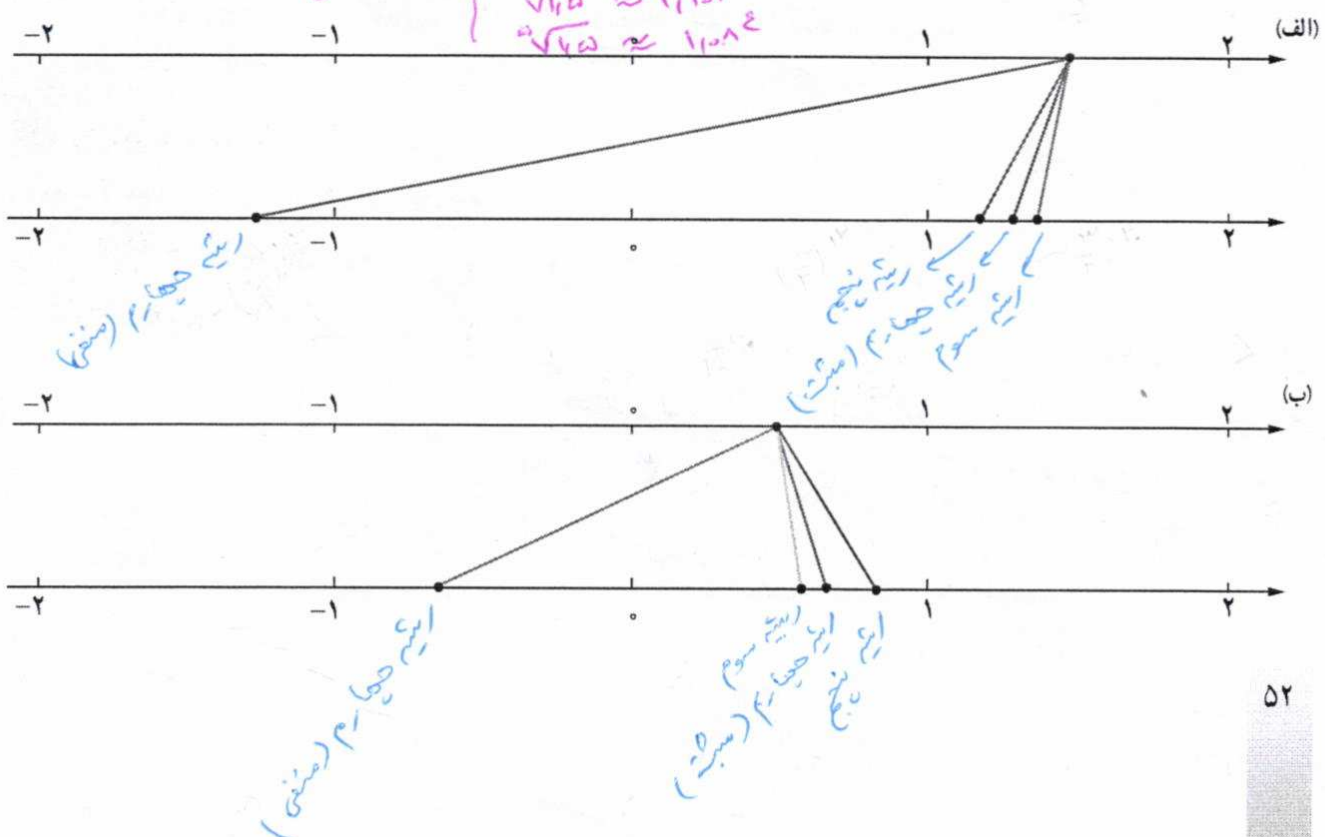
$$0 < a < 1$$

- الف) a عددی مثبت است و $\sqrt[3]{a} > a$. چه عددی می تواند باشد؟ اعداد بین ۰ تا ۱
- ب) a عددی است که ریشه سوم آن با خودش برابر است؛ یعنی $\sqrt[3]{a} = a$. چه اعدادی می تواند باشد؟ ۰، ۱، -۱
- پ) a عددی مثبت است و $\sqrt[3]{a} < a$. چه اعدادی می تواند باشد؟ اعداد بزرگتر از ۱ ($a > 1$)
- ت) به موارد الف) و ب) برای حالتی که a عددی منفی باشد، نیز پاسخ دهید.

الف) $a < 0, \sqrt[3]{a} > a$ اعداد کوچکتر از -۱ ($a < -1$)
 ب) $a < 0, \sqrt[3]{a} < a$ اعداد بین -۱ و ۰ ($-1 < a < 0$)

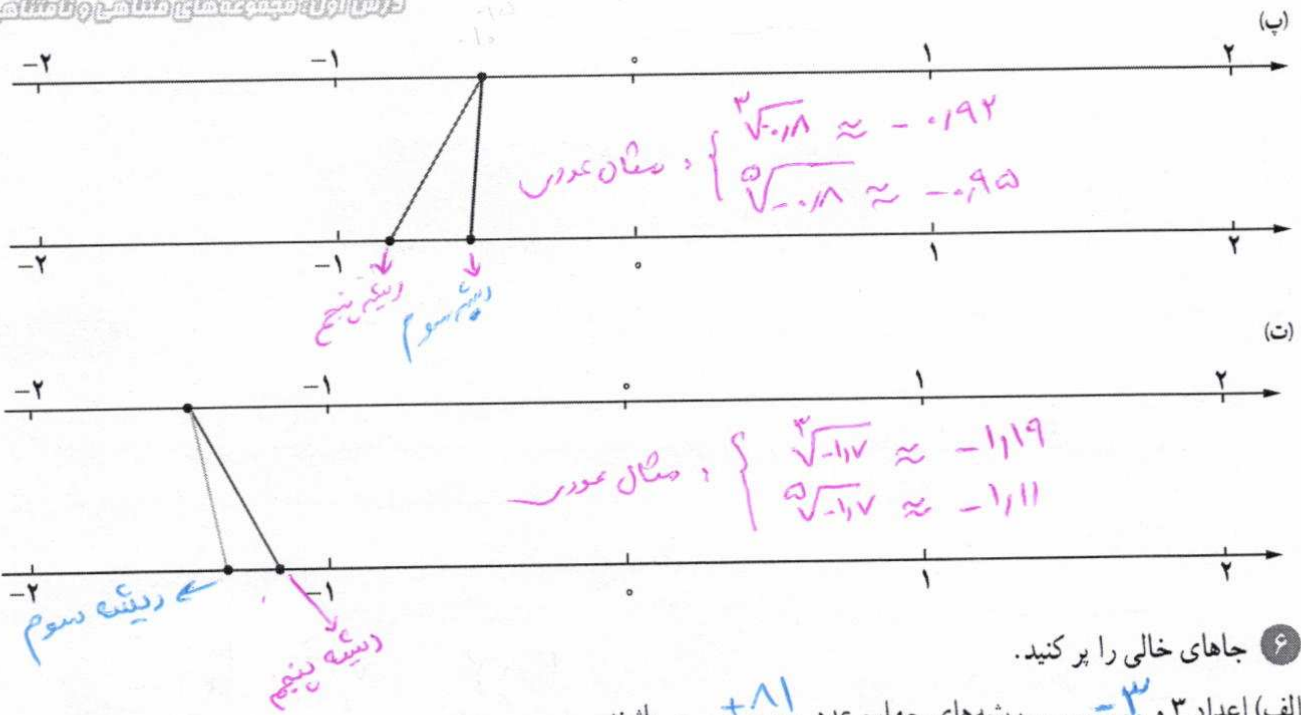
۵ در هر یک از شکل های زیر، نقطه ای از محور بالا به ریشه های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید هر رنگ مربوط به کدام ریشه است.

$$\begin{cases} \sqrt[3]{115} \approx 4.82 \\ \sqrt[4]{115} \approx 3.21 \\ \sqrt[5]{115} \approx 2.52 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \sqrt[3]{92} \approx 4.52 \\ \sqrt[4]{92} \approx 3.12 \\ \sqrt[5]{92} \approx 2.42 \end{cases}$$

درس اول: مجموعه‌های متناهی و نامتناهی



جایهای خالی را پر کنید.

الف) اعداد ۳ و ۳...۳...۳...۳... می‌باشند. ریشه‌های چهارم عدد $81+$... می‌باشند.

ب) اگر $\sqrt[4]{16} = a$ باشد، در این صورت حاصل عبارت $a^2 + 5$ را بیابید. $\sqrt[4]{16} = 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a^2 + 5 = 4 + 5 = 9$

$11 < \sqrt[5]{17} \dots < 12$

۷) می‌دانیم $\sqrt[5]{161051} = 11$ ، $\sqrt[5]{170000}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۸) در جاهای خالی یکی از علامت‌های $<$ ، $>$ یا $=$ را قرار دهید.

$(-0/1)^5 > (-0/1)^3$

$(0/1)^5 < (0/1)^3$

$2^5 > 2^3$

$(-2)^5 < (-2)^3$

$(-2)^5 < (-2)^3$

$\sqrt[5]{0/000001} = 0/1$

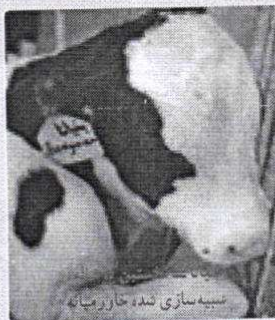
۹) قرار دهید $\sqrt[4]{a} = \square$. اکنون با توجه به تعریف مشخص کنید \square^5 برابر چه عددی است؟ بنابراین داریم $(\sqrt[4]{a})^5 = a$.

$(\sqrt[4]{a})^4 = a$

خواندنی



حالت نخستین بزغاله
تسبیله‌سازی شده خاورمیانه



تسبیله‌سازی شده خاورمیانه

سلول، واحد تشکیل دهنده بافت‌های بدن است. هر بافت سلول‌های ویژه خود را دارد که در صورت تکثیر، فقط می‌تواند به سلول‌های همان بافت تبدیل شود، ولی سلول بنیادی مادر تمام سلول‌ها است و توانایی تبدیل شدن به تمام سلول‌های بدن را دارد. دانشمندان می‌گویند این سلول‌ها می‌توانند امکان معالجه بیماری‌هایی را فراهم آورند که در حال حاضر فقط درمان‌های محدودی برای آنها وجود دارد. به دلیل توانایی منحصر به فرد سلول‌های بنیادی، پژوهش در مورد آنها امروزه از مباحث جذاب در زیست‌شناسی و پزشکی است. این سلول‌ها همچنین قدرت تکثیر فراوانی دارند و سلامت آنها سبب سلامت بدن می‌شود. پیشرفت در زمینه سلول‌های بنیادی تنها متکی بر علم پزشکی نخواهد بود، بلکه کمک علوم دیگری مانند پلیمر، شیمی، فیزیک و ریاضی هم لازم خواهد بود. دانشمندان ایرانی در زمینه سلول‌های بنیادی پیشرفت‌های چشمگیری داشته‌اند. ایران در زمینه فناوری و تحقیقات سلول‌های بنیادی یکی از ۱۰ کشور برتر جهان محسوب می‌شود.

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

درس دوم: ریشه نام

فعالیت

۱ مشابه آنچه که برای ریشه های دوم، سوم، چهارم و پنجم گفته شد، می توان برای ریشه های دیگر مثلاً ریشه ششم نیز عمل کرد. جدول زیر را که مربوط به ریشه های مختلف عدد ۶۴ است، کامل کنید.

ریشه های دوم	ریشه سوم	ریشه های چهارم	ریشه پنجم	ریشه های ششم	ریشه هفتم	ریشه های هشتم
$\sqrt{64} = 8$ و $-\sqrt{64} = -8$	$\sqrt[3]{64} = 4$ و $-\sqrt[3]{64} = -4$	$\sqrt[4]{64}$ و $-\sqrt[4]{64}$	$\sqrt[5]{64}$	$\sqrt[6]{64} = 2$ و $-\sqrt[6]{64} = -2$	$\sqrt[7]{64}$	$\sqrt[8]{64} = 2$ و $-\sqrt[8]{64} = -2$

ریشه های ششم عدد ۶۴ اعداد $\sqrt[6]{64}$ و $-\sqrt[6]{64}$ یا همان 2 و -2 هستند؛ زیرا $2^6 = 64$ و $(-2)^6 = 64$.
 درباره ریشه های هفتم و هشتم عدد ۶۴ چه می توانید بگویند؟ $(2^7 = 128, 2^8 = 256)$
 به طور کلی اگر $n \in \mathbb{N}$ ، درباره ریشه n ام عدد ۶۴ چه می توان گفت؟
 در حالت کلی تر اگر a یک عدد مثبت باشد و $n \in \mathbb{N}$ ، درباره تعداد ریشه های n ام a چه می توان گفت؟

$0 < \sqrt[n]{a} < \sqrt{a}$

$0 < a < 1 \Rightarrow 0 < \sqrt[n]{a} < a$

۲ جدول زیر را که درباره ریشه های مختلف عدد ۶۴- است، تکمیل کنید.

ریشه دوم	ریشه سوم	ریشه چهارم	ریشه پنجم	ریشه ششم	ریشه هفتم	ریشه هشتم
وجود ندارد	$\sqrt[3]{-64} = -4$	وجود ندارد	$\sqrt[5]{-64}$	وجود ندارد	$\sqrt[7]{-64}$	وجود ندارد

ریشه های زوج ۶۴- وجود ندارند؛ زیرا عددی وجود ندارد که به توان برسد و مساوی ۶۴- شود.
 درباره ریشه های نام ۶۴- ($n \in \mathbb{N}$) بحث کنید.

$-1 < \sqrt[n]{-64} < -4$ ، n فرد باشد

اگر a یک عدد منفی و $n \in \mathbb{N}$ باشند، درباره ریشه n ام a چه می توان گفت؟
 $-1 < \sqrt[n]{a} < 0$ ، $a < -1$ ، n فرد باشد
 $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{a} < -1$ ، $a < -1$ ، n فرد باشد

اگر $n \geq 2$ یک عدد طبیعی باشد، b را یک ریشه n ام عدد a می نامیم. هرگاه: $b^n = a$

جدول زیر را کامل کنید.

a > 0	n زوج	a دارای دو ریشه n ام $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ است	a = 81 n = 4	81 دارای دو ریشه چهارم $\sqrt[4]{81} = 3$ و $-\sqrt[4]{81} = -3$ است
	n فرد	a دارای یک ریشه n ام $\sqrt[n]{a}$ است	a = 27 n = 3	27 دارای یک ریشه سوم $\sqrt[3]{27} = 3$ است
a < 0	n زوج	ریشه n ام وجود ندارد	a = -16 n = 4	وجود ندارد
	n فرد	a دارای یک ریشه n ام $\sqrt[n]{a}$ است	a = -32 n = 5	-32 دارای یک ریشه پنجم $\sqrt[5]{-32} = -2$ است

کار در کلاس

حاصل هر عبارت را به دست آورید:

$$\sqrt[4]{125} = 5 \quad \sqrt[5]{-32} = -2 \quad \sqrt[4]{128} = 2 \quad \sqrt[5]{256} = 4$$

$$\sqrt[5]{-1} = -1 \quad \sqrt[4]{625} = 5 \quad -\sqrt[4]{16} = -2 \quad \sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt[5]{-128} = -2 \quad \sqrt[5]{-0.0001} = -0.1 \quad -\sqrt{1} = -1 \quad \sqrt[6]{0} = 0$$

الف) می دانید که $\sqrt{x^2} = |x|$ درباره $\sqrt{x^4}$ چه حدسی می زنید؟ درستی حدس خود را درباره چند عدد آزمایش کنید.

$$\sqrt[4]{(-2)^4} = \sqrt{4} = 2 \quad \sqrt[4]{(-3)^4} = \sqrt{81} = 3$$

$$\sqrt[4]{(-2)^4} = 2 \quad \sqrt[4]{(-3)^4} = 3$$

ب) کدام یک درست محاسبه شده است؟

$$\sqrt[5]{35} = 3 \quad \sqrt[6]{(-2)^6} = -2$$

$$\sqrt[5]{(-3)^5} = -3 \quad \sqrt[6]{(-2)^6} = 2$$

$$\sqrt[4]{(-3)^4} = -3$$

پ) به طور کلی اگر n زوج باشد، $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ ؛ و اگر n فرد باشد $\sqrt[n]{a^n} = a$ ،
ت) مثالی ارائه دهید که نشان دهد تساوی زیر همیشه درست نیست!

$$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$$

$$\sqrt[4]{(-2)^4} \neq (\sqrt[4]{-2})^4$$

ث) در قسمت (ت) تساوی به ازای چه مقادیری برای a و n برقرار است؟
تاکثر a و n زوج باشد

فعالیت

در سال نهم دیدید که:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \text{برای هر دو عدد مثبت a و b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \text{آیا رابطه بالا درباره } \sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{b} \text{ نیز برقرار می باشد؟ مثال بزنید.}$$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

$$\sqrt[4]{0.0001} \times \sqrt[4]{0.0016} = 0.01 \times 0.02 = 0.0002$$

$$\sqrt[4]{0.0001} \times \sqrt[4]{0.0016} = \sqrt[4]{0.00000064} = 0.0002$$

$$\sqrt[4]{425} \times \sqrt[4]{10000} = 5 \times 10 = 50$$

$$\sqrt[4]{425} \times \sqrt[4]{10000} = \sqrt[4]{4250000} = 50$$

با توجه به اینکه 4 یک عدد زوج است، باید a و b صفت باشند.....

4√16 × 4√81 = 2 × 3 = 4.....

4√16 × 4√81 = 4√16×81 = 6

درباره 4√a × 4√b = 4√ab چه می توان گفت؟ درست است.

آیا a و b حتماً باید مثبت باشند؟ مثالی از a و b مثبت و مثالی از a و b منفی ارائه کنید و نشان دهید تساوی همواره برقرار است. به طور کلی داریم:

Handwritten examples: 4√2 × 4√4 = 2 × 2 = 4 and 4√2 × 4√4 = 4√2×4 = 4

Boxed formula: n√a × n√b = { n√ab if a, b > 0 and n is even; n√ab if a, b are any real numbers and n is odd.

قرارداد: به طور کلی این قرارداد را اعمال می کنیم:

وقتی می نویسیم n√a و n را زوج فرض می کنیم، a را مثبت یا برابر صفر در نظر می گیریم.

بنابراین باید به یاد داشته باشیم که ریشه های زوج برای عددهای منفی بی معنا هستند. پس هرگاه √x نوشتیم، از آن می فهمیم که x ≥ 0 است. تساوی های فوق را می توان به صورت مقابل نمایش داد:

n√a × n√b = n√ab

کار در کلاس

1 آیا (4√2)5 و 4√25 با هم برابرند؟ درباره 4√(-2)4 و (4√-2)4 چه می توان گفت؟

Handwritten: (4√2)5 = 4√2 × 4√2 × 4√2 × 4√2 × 4√2 = 4√2×2×2×2×2 = 4√25

2 با توجه به اینکه

n√a × n√b = n√ab

Handwritten: (5√2)3 = 5√2 × 5√2 × 5√2 = 5√2×2×2 = 5√23

3 درستی رابطه k√a^m = (k√a)^m را با مقادیر مختلف های m, k و a بررسی کنید (اگر k زوج باشد، a باید مثبت باشد).

Handwritten: 3√24 = 3√44 = 4

Handwritten: (3√4)4 = 3√4 × 3√4 × 3√4 × 3√4 = 3√4×4 = 3√44 = 4

فعالیت

۱ جدول زیر را کامل کنید.

$\sqrt[n]{a^n}$	زوج n	$a > 0$	$n=4$ $a=2$	$\sqrt[4]{2^4} = 2$	$(2= 2)$
		$a < 0$	$n=4$ $a=-2$	$\sqrt[4]{(-2)^4} = 2$	$(2= -2)$
	فرد n	$a > 0$	$n=3$ $a=2$	$\sqrt[3]{2^3} = 2$	()
		$a < 0$	$n=3$ $a=-2$	$\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$	()

چه نتیجه‌ای از جدول بالا می‌گیرید؟

زوج n $\begin{cases} a > 0 \cdot \sqrt[n]{a^n} = a \\ a < 0 \cdot \sqrt[n]{a^n} = |a| \end{cases}$

فرد n $\begin{cases} a > 0 \cdot \sqrt[n]{a^n} = a \\ a < 0 \cdot \sqrt[n]{a^n} = a \end{cases}$

۲ جدول زیر را کامل کنید.

$(\sqrt[n]{a})^n$	زوج n	$a > 0$	$n=4$ $a=16$	$(\sqrt[4]{16})^4 = 2^4 = 16$
		$a < 0$	$n=4$ $a=-16$	$(\sqrt[4]{-16})^4 \rightarrow$ تعریف نشده
	فرد n	$a > 0$	$n=3$ $a=8$	$(\sqrt[3]{8})^3 = 2^3 = 8$
		$a < 0$	$n=3$ $a=-8$	$(\sqrt[3]{-8})^3 = -2^3 = -8$

چه نتیجه‌ای از جدول بالا می‌گیرید؟

زوج n $\begin{cases} a > 0 \cdot (\sqrt[n]{a})^n = a \\ a < 0 \cdot (\sqrt[n]{a})^n \rightarrow$ تعریف نشده است

فرد n $\begin{cases} a > 0 \cdot (\sqrt[n]{a})^n = a \\ a < 0 \cdot (\sqrt[n]{a})^n = a \end{cases}$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

تمرین

ایراد علامت = ندارد

۱ الف) یکی از علامت‌های < یا > را در □ قرار دهید.

$(0.5)^2 \square (0.5)^3$

$25 = \sqrt{0.25} \square \sqrt[3]{0.125} = 0.5$

ب) وقتی $0 < a < 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در □ قرار دهید.

$a^2 \square a^3$

$\sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$

مثال عددی: $(0.7)^2 = 0.49$ و $(0.7)^3 = 0.343$

شان عددی: $\sqrt[3]{0.7} \approx 0.88$ و $\sqrt{0.7} \approx 0.83$

۲ فرض کنیم $a = -1$ است، در □ علامت مناسب را قرار دهید.

$\sqrt[3]{a} \square \sqrt[5]{a}$

$\sqrt[5]{a} \square \sqrt[3]{a}$

$a^2 \square a^3$

$a^3 \square a^2$

۳ با توجه به تعریف ریشه (اگر $\sqrt[n]{a} = b$ آنگاه $b^n = a$)، نشان دهید برای هر عدد a و هر عدد طبیعی n (به شرط با معنا بودن رادیکال) رابطه زیر برقرار است:

$(\sqrt[n]{a})^n = a$ $(\sqrt[n]{a})^n = (\sqrt[n]{b^n})^n = (b^n)^n = a$

۴ آیا تساوی $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ برقرار است؟ n را برابر ۳، ۴ یا ۵ بگیرید و به جای a و b مقادیر عددی بدهید.

۵ عددهای زیر را مانند نمونه محاسبه کنید.

$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \rightarrow \sqrt[3]{5^{-3}} = \frac{1}{5}$

$\sqrt[5]{2^{-5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{2}$ $\sqrt[7]{\frac{1}{128}} = \sqrt[7]{\left(\frac{1}{2}\right)^7} = \frac{1}{2}$ $\sqrt[4]{3^{-4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^4} = \frac{1}{3}$

۶ به جای a و b و عدد طبیعی n عددهایی قرار دهید؛ به طوری که:

الف) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{5^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{5}\right)^3} = \frac{2}{5}$
 $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{2}{5}$

الف) تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برقرار باشد.

ب) تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برقرار نباشد. (وقتی n زوج است، a و b هر دو مثبت اند).

$\sqrt[3]{8+27} = \sqrt[3]{35} \approx 3.27$

$\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = 2 + 3 = 5$

$\sqrt[5]{32+243} = \sqrt[5]{275} \approx 3.8$

$\sqrt[5]{32} + \sqrt[5]{243} = 2 + 3 = 5$

$\sqrt[4]{425+81} = \sqrt[4]{506} \approx 4.7$

$\sqrt[4]{425} + \sqrt[4]{81} = 5 + 3 = 8$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

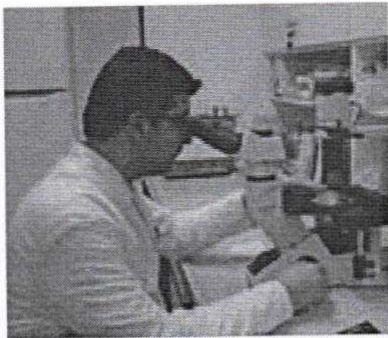
احتمال زیاد اشکال دارد چون با شرطی که ذکر کرده همیشه متساوی برقرار است

تهیه کننده:

درس سوم: توان‌های گویا

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

فعالیت



پدر محمد یک زیست‌شناس است و در یک آزمایشگاه پزشکی کار می‌کند. در آزمایشی یک نوع باکتری کشت داده شده که در شرایط مساعد، وزن این باکتری‌ها در هر ساعت ۲ برابر می‌شود. وزن باکتری‌ها در لحظه شروع ۱ گرم است؛ بنابراین وزن باکتری‌ها پس از یک ساعت ۲ گرم، پس از ۲ ساعت برابر ۴ گرم، و پس از ساعت n برابر 2^n گرم می‌شود:

$1, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n$

محمد از پدرش پرسید: «آیا حتماً تا پایان ساعت باید منتظر بمانیم؟ آیا می‌توانیم وزن باکتری‌ها را پس از نیم ساعت محاسبه کنیم؟»

پدرش گفت: تو فکر می‌کنی وزن باکتری‌ها پس از نیم ساعت چقدر می‌شود؟

محمد گفت: حدس می‌زنم وزن آنها $2^{\frac{1}{2}}$ گرم شده باشد. چون نیم همان $\frac{1}{2}$ است.

پدرش گفت: $2^{\frac{1}{2}}$ چقدر است؟

محمد گفت: نمی‌دانم ولی باید بتوانیم مقدار آن را پیدا کنیم.

اگر فرض کنیم در هر نیم ساعت وزن باکتری‌ها b برابر شود، در این صورت بعد از یک ساعت وزن باکتری‌ها باید برابر $b \times b = b^2$ شود. اما می‌دانیم پس از یک ساعت وزن باکتری‌ها دو برابر می‌شوند؛ پس $b^2 = 2$ ؛ یعنی $b = \sqrt{2}$ (زیرا b مثبت است).

نتیجه جالبی است! $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$. مشابه این رابطه را می‌توانیم برای توان‌های دیگر نیز تعریف کنیم: $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$ ؛ همچنین برای عددهای دیگر $5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$. می‌توانیم نماهای کسری با صورت ۱ را تعریف کنیم. a عددی حقیقی و مثبت است.

برای هر عدد طبیعی $n \geq 2$ ، توان $\frac{1}{n}$ عدد مثبت a را چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

توجه داریم اگر $a < 0$ در این صورت $a^{\frac{1}{n}}$ تعریف نمی‌شود، به عنوان مثال عبارت‌هایی مانند $(-1)^{\frac{1}{2}}$ و $(-2)^{\frac{1}{4}}$ تعریف نمی‌شوند.

۵۹

$$-2^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{(-2)^2} = \sqrt[4]{4} = \sqrt[2]{2} = \sqrt{2}$$

$$(-2)^{\frac{1}{4}} = (-2)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{-2} \rightarrow \text{نمی‌تواند باشد}$$

← دلیل

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

فعالیت

۱) توان‌های کسری زیر را در صورت امکان به شکل رادیکال بنویسید.

$$\begin{aligned} 2^{\frac{1}{3}} &= \sqrt[3]{2} & 3^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{3} & 4^{\frac{1}{3}} &= \sqrt[3]{4} \\ 5^{\frac{1}{7}} &= \sqrt[7]{5} & 5^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{5} & (-3)^{\frac{1}{5}} &= \sqrt[5]{-3} \\ 6^{\frac{1}{4}} &= \sqrt[4]{6} & 81^{\frac{1}{4}} &= \sqrt[4]{81} & (-5)^{\frac{1}{4}} &= \sqrt[4]{-5} \end{aligned}$$

۲) کدام درست است؟

الف) $(-32)^{\frac{1}{5}} = -2$ ✗
 ب) $\sqrt[5]{-32} = -2$ ✓

فعالیت

حاصل $a^{\frac{m}{n}}$ که $a > 0$ و m و n دو عدد طبیعی هستند را چگونه حساب می‌کنیم؟

در مبحث توان با نماهای طبیعی یادتان هست چگونه عمل کردیم؟

(قاعده ضرب توان)
 $2^6 = 2^{2 \times 3} = (2^2)^3$

در مورد توان‌های گویا هم می‌توانیم به طریق مشابه عمل کنیم:

$$2^{\frac{6}{3}} = 2^{2 \times \frac{1}{3}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^2} \quad 5^{\frac{8}{3}} = 5^{4 \times \frac{1}{3}} = (5^4)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5^4}$$

به طور کلی:

هرگاه $a > 0$ برای هر دو عدد طبیعی m و n ، توان کسری و غیر صحیح $\frac{m}{n}$ را برای a چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

اکنون شما اعداد توان‌دار را در صورت امکان به شکل رادیکال بنویسید.

الف) $5^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{5^2}$
 ب) $3^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{3^2}$
 ج) $(-3)^{\frac{2}{3}}$ تعریف نمی‌شود
 د) $(-6)^{\frac{2}{7}}$ تعریف نمی‌شود
 ه) $16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16}$

اگر r و s دو عدد گویا باشند، و $a > 0$ قواعد توان برای اعداد گویا مانند اعداد صحیح برقرار بوده و داریم:

- ۱) $a^r \times a^s = a^{r+s}$
- ۲) $(a^r)^s = a^{rs}$
- ۳) $(ab)^r = a^r \times b^r$

باکتری‌ها موجودات بسیار ریزی هستند که در انواع مختلف در همه جا حضور دارند. بیشتر باکتری‌ها در فاصله ۲۰ دقیقه به حداکثر رشد خود می‌رسند و می‌توانند شروع به تولید مثل کنند. در شرایط محیطی مناسب، باکتری با سرعت زیادی تکثیر می‌شود. مثلاً یک باکتری بعد از ۲۰ دقیقه به دو باکتری تبدیل می‌شود و بعد از ۲۰ دقیقه دیگر به چهار باکتری تبدیل می‌شود و به همین ترتیب، در فاصله هر ۲۰ دقیقه، تعداد باکتری‌ها دو برابر می‌شود و به ترتیب ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴ و ۱۲۸ و ۲۵۶ و ... باکتری پدید می‌آید. اگر این روش تکثیر باکتری‌ها ۲۴ ساعت ادامه یابد، از یک باکتری، توده‌ای از باکتری‌ها به وزن ۲۰۰ تن به وجود خواهد آمد. البته عملاً چنین اتفاقی نمی‌افتد، زیرا در این صورت، آب و مواد غذایی لازم به زودی در محیط زندگی آنها تمام می‌شود و دیگر قادر به تولید مثل بیشتر نخواهند بود. اگرچه بعضی از باکتری‌ها عامل فساد مواد غذایی و بیماری هستند؛ اما بسیاری از باکتری‌ها مفیدند. باکتری‌ها در تهیه فرآورده‌های غذایی و شیمیایی و همچنین در شناسایی و استخراج معادن و پاکسازی محیط زیست کاربرد دارند. باکتری‌هایی نیز برای خالص سازی عناصر معدنی مانند مس و اورانیوم کاربرد دارند. همچنین باکتری‌ها در پاکسازی آب‌ها و خاک‌های آلوده به آلاینده‌های نفتی و شیمیایی کاربرد وسیعی دارند. باکتری‌ها نقش بسیار مهم در اکوسیستم جهانی (اکوسیستم‌های آبی و خشکی) دارند. مهم‌ترین راه دستیابی گیاهان به نیتروژن توسط برخی از باکتری‌ها صورت می‌گیرد.

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

۱ تساوی‌های زیر را مانند نمونه به صورت رادیکالی بنویسید.

$$3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$$

$$3^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{3^5} = \sqrt[4]{3^4 \times 3} = \sqrt[4]{3^4} \times \sqrt[4]{3} = 3 \sqrt[4]{3}$$

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$$

$$2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = 2^1 = 2$$

$$4^{\frac{5}{2}} = \sqrt{4^5} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2} = 2^5 = 32$$

$$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

$$(16^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} = (4)^{\frac{2}{3}} = (4^{\frac{1}{3}})^2 = \sqrt[3]{4}^2 = \sqrt[3]{16}$$

$$5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 5^1 = 5$$

۲ رادیکال‌ها را در صورت امکان به شکل توان کسری بنویسید.

$$\sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[4]{2^5} = 2^{\frac{5}{4}}$$

$$\sqrt[3]{7^2} = 7^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{-1} = i$$

$$\sqrt[5]{19} = 19^{\frac{1}{5}}$$

$$\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2^6} = 2^{\frac{6}{5}}$$

$$\sqrt{-27} = -3\sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt[5]{25} = 5^{\frac{2}{5}}$$

۳ جدول‌های زیر را کامل کنید:

$a > 0$	a^2	a^{-2}	a^0	$a^{\frac{1}{2}}$	$a^{\frac{2}{3}}$
---------	-------	----------	-------	-------------------	-------------------

$a = 5$	5^2	$\frac{1}{5^2}$	1	$\sqrt{5}$	$\sqrt[3]{25}$
---------	-------	-----------------	-----	------------	----------------

$a < 0$	a^2	a^{-2}	a^0	$a^{\frac{1}{2}}$	$a^{\frac{2}{3}}$
---------	-------	----------	-------	-------------------	-------------------

$a = -5$	$(-5)^2$	$\frac{1}{(-5)^2}$	1	$\sqrt{-5}$	$(-5)^{\frac{2}{3}} = 25^{\frac{1}{3}}$
----------	----------	--------------------	-----	-------------	---

مفروضه نمی‌شود که صورت گویا باشد

تعالیات

۱ با استفاده از نمای کسری نشان دهید که $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ است. تساوی را کامل کنید ($a > 0$).

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{a^{\frac{1}{n}}} = (a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}$$

۲ دبیر: به خاطر دارید که حاصل یک رادیکال با فرجه زوج همواره عددی مثبت است. مثلاً $\sqrt[4]{81} = 3$

به علاوه در تعریف نمای کسری $a^{\frac{1}{n}}$ باید a عددی مثبت فرض شود. اکنون $\sqrt[4]{(-3)^4}$ را به دست آورید.

نسترن: اگر جای توان‌ها را مانند توان‌های طبیعی عوض کنیم، چه اشکالی دارد؟

دبیر: این کار را انجام می‌دهم؛ خودت اشکال را پیدا کن!

$$\sqrt[4]{(-3)^4} = [(-3)^4]^{\frac{1}{4}} = [(-3)^{\frac{4}{4}}]^4 = (-3)^{4 \times \frac{1}{4}} = (-3)^1 = -3$$

نسترن: فکر کنم متوجه اشکال کار شده‌ام. ما حق نداریم بنویسیم $(-3)^{\frac{1}{4}}$ چون در تعریف $a^{\frac{1}{n}}$ گفتیم a باید مثبت باشد.

دبیر: آفرین، کاملاً درست است. حالا چه کار کنیم؟

حمیده: بهتر است اول $(-3)^4$ را حساب کنیم، یعنی

$$\sqrt[4]{(-3)^4} = \sqrt[4]{81} = 3$$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

تمرین ۱۳-۱۲ توان‌های گویا و عبارات توانی گویا

دیر: آفرین حمیده، جواب شما درست است. البته می‌توانید، همان گونه که قبلاً گفتیم چون ۴ عددی زوج است از الگوی زیر نیز استفاده کنید.

$$\sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3$$

۲ با توجه به فعالیت ۱ در صفحه قبل تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(5^2)^{\frac{1}{3}} = (\sqrt{5})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5^2} = (5^{\frac{2}{6}})^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}} \quad \text{(الف)}$$

$$(4^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{5}} = (\sqrt[5]{4})^{\frac{1}{5}} = \sqrt[25]{4} = 4^{\frac{1}{25}} = 4^{\frac{1}{5 \times 5}} = 4^{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}} \quad \text{(ب)}$$

پ) اکنون برای هر عدد $a > 0$ ، به ازای هر دو عدد گویای غیر صحیح r و s درستی تساوی $(a^r)^s = a^{rs}$ را برای $r = \frac{1}{4}$ و $s = \frac{1}{4}$ ، تحقیق کنید.

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{4}} = (\sqrt[4]{a})^{\frac{1}{4}} = (a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}}$$

تمرین

۱ هر یک از توان‌های کسری زیر را به صورت رادیکال بنویسید.

$$\begin{aligned} 16^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{16} & 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} &= 3^{\frac{1+2}{3}} = 3^{\frac{3}{3}} = 3^1 = 3 & 5^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{5} \\ a^{\frac{2}{5}} &= \sqrt[5]{a^2} & 3^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{3} & 4^{\frac{3}{7}} &= \sqrt[7]{4^3} \\ 32^{-\frac{1}{5}} &= \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} & 32^{\frac{2}{5}} &= \sqrt[5]{32^2} & 17^{-\frac{1}{2}} &= \left(\frac{1}{17}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{17}} \end{aligned}$$

۲ هر یک از رادیکال‌ها را به صورت توان کسری بنویسید. توجه داشته باشید که نمای کسری وقتی معنا دارد که پایه عدد مثبت باشد.

$$\begin{aligned} a^{\frac{2}{5}} &\rightarrow \sqrt[5]{a^2} & a^{\frac{2}{5}} &\rightarrow \sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{2}{5}} & \sqrt{a} &= a^{\frac{1}{2}} \\ \sqrt{a^3} &= a^{\frac{3}{2}} & \sqrt{a^2} &= a^{\frac{2}{2}} = a & \sqrt[3]{a^2} &= a^{\frac{2}{3}} \\ \sqrt[5]{a^2} &= a^{\frac{2}{5}} & \sqrt[3]{a^2} &= a^{\frac{2}{3}} & \sqrt[5]{a^2} &= a^{\frac{2}{5}} \end{aligned}$$

۳ می‌دانیم

$$\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a} \quad \sqrt[3]{a^4} = (a^2)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$

آیا تساوی $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}$ همواره برقرار است ($a > 0$)؟ n, m, k طبیعی اند نتیجه بگیرید که هر سه عدد $\sqrt{2}$ ، $\sqrt[3]{2^2}$ و $\sqrt[4]{2^3}$ برابرند.

۴ فرض کنیم $a = 64$ ، $r = \frac{1}{3}$ و $s = \frac{1}{4}$ مقدارهای عددی $\frac{a^r}{a^s}$ و a^{r-s} را محاسبه و با هم مقایسه کنید.

اکنون خودتان، مانند نمونه سه مقدار دیگر برای a ، r و s انتخاب کنید و بار دیگر مقادیر $\frac{a^r}{a^s}$ و a^{r-s} را محاسبه و با هم مقایسه کنید. می‌توانید از ماشین حساب کمک بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

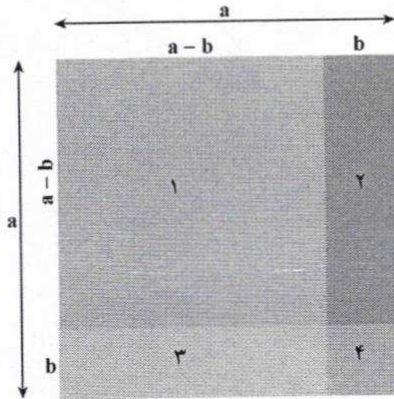
۵ حساب کنید.

$$\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5^1} = (5^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{8}} \quad \sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{2^6} = 2^{\frac{6}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{2^3} = 2\sqrt{2} \quad \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

$$\frac{4^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{4^3}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{4}{\sqrt[3]{4}} = \frac{4}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{4}{2^{\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{12}{3} - \frac{4}{3}} = 2^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{2^8} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 2^2} = 2\sqrt[3]{4}$$

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

درس چهارم: عبارتهای جبری



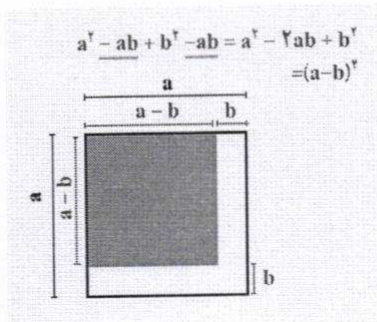
$$S_1 = (a-b)^2$$

$$S_1 = S - S_2 - S_3 - S_4$$

$$= a^2 - b(a-b) - b(a-b) - b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

(1) و (2) $\Rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$



$$a^2 - ab + b^2 - ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

فعالیت

در سال گذشته با برخی از اتحادهای جبری آشنا شده‌اید. می‌توانید بگویید چرا به تساوی

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

اتحاد گفته می‌شود؟

در حقیقت می‌توان a و b را در دو طرف با هر دو عدد دلخواه جایگزین کرد و برای دو طرف یک عدد به دست آورد. برای مثال اگر $a = \frac{1}{5}$ و $b = 3$ اختیار شود.

$$\left(\frac{1}{5} + 3\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{5} \times 3 + 3^2$$

$$\left(\frac{16}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} + \frac{6}{5} + 9 \rightarrow \frac{256}{25} = \frac{256}{25}$$

یا اگر در رابطه (1) به جای $b, -b$ قرار دهیم، به دست می‌آوریم:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2)$$

گاهی هم دو اتحاد (1) و (2) را با هم می‌نویسیم:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (3)$$

اکنون شما می‌توانید اتحادهای دیگری به دست آورید.

1 با محاسبه $(a+b)^3$ اتحاد دیگری به دست می‌آید که به اتحاد مکعب مجموع مشهور است. جای خالی را در محاسبه تکمیل کنید.

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b)$$

$$= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) = a^3 + a^2b + 2ab^2 + ab^2 + ab^2 + b^3$$

که با جمع جملات متشابه در دو طرف دوم، اگر درست عمل کرده باشید، به صورت زیر در می‌آید.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

می‌توانیم b را در سرتاسر اتحاد فوق به $-b$ تبدیل کنیم و اتحاد دیگری به دست آوریم:

$$(a-b)^3 = a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

تمرین ۱: تجزیه عبارات جبری

۲ یک بار دیگر $(a-b)^3$ را از راه دیگر و با استفاده از اتحاد مربع تفاضل، یعنی اتحاد شماره (۲) محاسبه کنید.

$$(a-b)^3 = (a-b)^2(a-b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b) = a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3$$

۳ اگر ابتدا طرف دوم هر یک از اتحادهای ۴ گانه فوق را بنویسیم، مثلاً

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)(a-b)(a-b) \quad (4)$$

می‌گوییم عبارت سمت چپ؛ یعنی $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ را به حاصل ضرب سه عبارت سمت راست تجزیه کرده‌ایم. هر یک از عبارت‌های $a-b$ را در (۴) یک عامل یا شمارنده تجزیه می‌نامیم. ممکن است عامل‌های تجزیه مساوی نباشند. تجزیه برخی عبارت‌های جبری به دسته‌بندی مناسب جملات و مهارت‌های بیشتری نیاز دارد. به مثال‌های زیر توجه کنید.

یادآوری

اتحادهایی که سال قبل خوانده‌اید.

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ca + 2ab$$

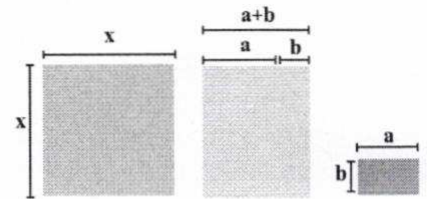
$$(a+x)(a+y) = a^2 + (x+y)a + xy$$

مثال ۱

عبارت $2x^2 + 3x + 1$ را تجزیه کنید.

می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3x + 1 &= x^2 + 2x + 1 + x^2 + x \\ &= (x+1)^2 + x(x+1) \\ &= (x+1)(x+1+x) = (x+1)(2x+1) \end{aligned}$$

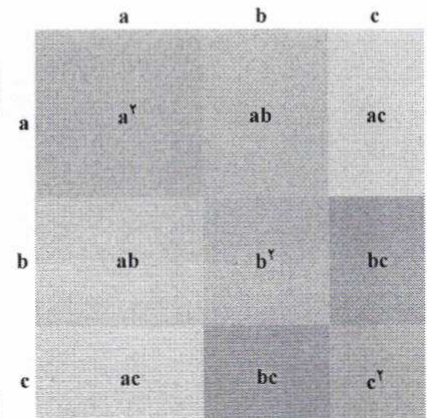


مثال ۲

عبارت $a^3 - 2ab + a^2b - 2b^3$ را تجزیه کنید:

$$\begin{aligned} a^3 - 2ab + a^2b - 2b^3 &= a^2(a+b) - 2b(a+b) \\ &= (a^2+b)(a^2-2b) \end{aligned}$$

اشکاف چپین باید a^3 باشد
اشکاف چپین باید a^2b باشد
اشکاف چپین باید ab^2 باشد
اشکاف چپین باید b^3 باشد



کار در کلاس

۱ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و ساده کنید.

$$\begin{aligned} (a+b)(a^2 - ab + b^2) &= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 \\ (a-b)(a^2 + ab + b^2) &= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 \end{aligned}$$

۲ با استفاده از پرسش ۱، عبارت‌های $a^3 + b^3$ و $a^3 - b^3$ را تجزیه کنید و اتحادهای جدیدی

به دست آورید. *اشکاف به سوال بالا دارد*

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

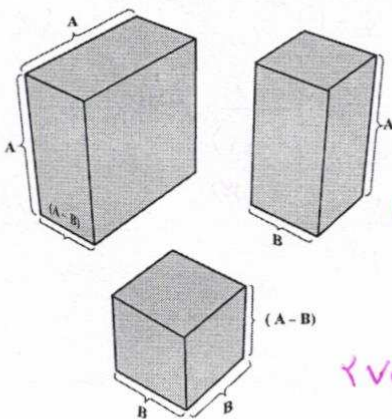
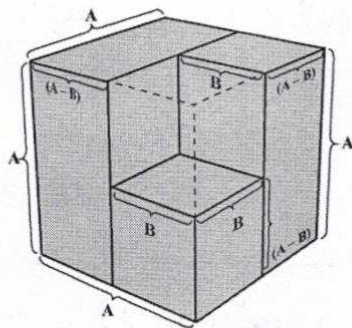
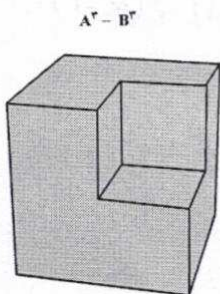
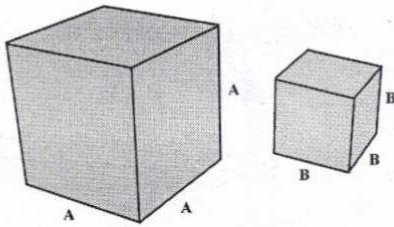
$$\begin{cases} (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3 \\ (a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 \end{cases}$$

ایده‌های جبری

دروس چهارم، عبارت‌های جبری

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$



عبارت‌های زیر را مانند نمونه تجزیه کنید.

$$8x^3 - 27 = (2x)^3 - 3^3$$

$$= (2x - 3)[(2x)^2 + 2x \times 3 + 3^2]$$

$$= (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

$$x^3 + 1 = (x)^3 + (1)^3 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 - 8 = (x)^3 - (2)^3 = (x - 2)(x^2 + x(2) + (2)^2) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$x^3 - 125 = (x)^3 - (5)^3 = (x - 5)(x^2 + x(5) + 5^2) = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$$

$$x^6 - 1 = (x^2)^3 - 1^3 = (x^2 - 1)(x^4 + x^2(1) + 1^2) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

فعالیت

واژه‌های مضرب و شمارنده را در حساب اعداد به‌خاطر دارید:

$$12 = 3 \times 4$$

هر یک از عددهای ۳ و ۴ را یک شمارنده عدد ۱۲ و عدد ۱۲ را مضرب هر یک از این عددها می‌نامیم. ۱۲ شمارنده‌های دیگری نیز دارد، از جمله خود عدد ۱۲. عدد ۳ مضرب‌های دیگری دارد، از جمله خود عدد ۳ و همچنین هر یک از عددهای ۶، ۹، ۱۵ و ... مشابه این در اتحاد مزدوج

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

هر یک از عبارت‌های $a - b$ و $a + b$ یک شمارنده $a^2 - b^2$ است. همچنین $a^2 - b^2$ هم مضرب $a - b$ و هم مضرب $a + b$ است.

آیا $a + b$ مضرب دیگری دارد؟ بله

مضرب‌های هر عبارت جبری و یا یک چند جمله‌ای، از ضرب آن عبارت در عددهای صحیح و یا عبارت‌های جبری دیگر (و یا همزمان در هر دو) به‌دست می‌آیند:

مضرب‌های $a + b$: $a + b$ و $2(a + b)$ و $(a + b)(a + b)^2$ و $-4(a + b)$ و $(a + b)(a - b)$ و
مضرب‌های $a - b$

بعضی از مضرب‌های $a - b$ را بنویسید. $(a - b)^2, 2(a - b), -3(a - b), 5a(a - b)$

دو عبارت بنویسید که $a - b$ شمارنده هر یک از آنها باشد.

عبارت $27a^3 - 1$ مضرب کدام یک از عبارت‌هاست؟

الف) $a - 1$

ب) $3a - 1$

پ) $9a^2 + 3a + 1$

ت) $3a + 1$

$$27a^3 - 1 = (3a - 1)(9a^2 + 3a + 1)$$

نکته: عبارت $\sqrt{3}(a + b)$ یک مضرب $a + b$ محسوب نمی‌شود. ضرایب عددی فقط می‌توانند عدد صحیح باشند.

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

۴ کدام یک از عبارت‌های زیر گویا هستند؟

- الف) $\frac{3x - \sqrt{7}}{x^2}$
- ب) $\frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$
- پ) $\sqrt[3]{x} - 1$
- ت) $\sqrt{x^2} + x - 1$

نکته: یک عبارت گویا به ازای مقدارهایی از متغیر که مخرج آن صفر می‌شود، تعریف نمی‌گردد. (مقدار ندارد)

۵ عبارت گویای زیر به ازای چه مقدارهایی از x تعریف نمی‌شود؟

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2+4}$$

$x-1=0 \Rightarrow x=1$
 $x+1=0 \Rightarrow x=-1$
 $x^2+4=0 \Rightarrow x=\pm 2i$

به ازای $x=1, x=-1, x=2i, x=-2i$ تعریف نشده است.

۶ حاصل کسره‌های زیر را به دست آورید و ساده کنید.

الف) $\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{1(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{3}{x-1} = \frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2+3}{x-1} = \frac{3\sqrt{x}+2}{x-1}$

ب) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+1} = \frac{(x+1)(x^2+1) + (x-1)(x^2+1) - (x^2+1) + (x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}$

$$= \frac{x^3+x^2+x+1+x^3-x^2+x-1-x^2-1+x^2-1}{(x^2-1)(x^2+1)} = \frac{2x^3+2x-2}{(x^2-1)(x^2+1)}$$

مثال

حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{((\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1)}{(\sqrt[3]{x^2}-1)((\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1)} + \frac{1}{x-1} = \frac{(\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1}{(\sqrt[3]{x^2})^3 - (1)^3} + \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{(\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{((\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1) + (x+1)}{(x^2-1)}$$

نکته در کلاس

۱ صورت و مخرج هر کسر را تجزیه و عبارت را ساده کنید. (جاهای خالی را پر کنید)

الف) $\frac{x^6+1}{x^2+2x^2+1} = \frac{(x^2+1)(x^4-x^2+1)}{(x^2+1)^2} = \frac{x^4-x^2+1}{x^2+1} \cdot \frac{x^2-1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)(x^2+x-1)}{(x-1)^3} = \frac{x^2+x-1}{(x-1)^2}$

پ) $\frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{x^2+1}{(x^2+1)(x^2-1)} = \frac{1}{x^2-1}$

ت) $\frac{y^4-y}{y^3+y^2+y} = \frac{y(y^3-1)}{y(y^2+y+1)} = \frac{y^3-1}{y^2+y+1}$

ث) $\frac{y^5-y^3-12y}{8y^2+16y} = \frac{y(y^4-y^2-12)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^2-4)(y^2+3)}{8y(y+2)} = \frac{y(y-2)(y+2)(y^2+3)}{8y(y+2)} = \frac{(y-2)(y^2+3)}{8}$

۲ در اتحاد

$a^2+1=(a+1)(a^2-a+1)$

قرار دهید $a = \sqrt[3]{x^2}$ و حاصل را بازنویسی کنید:

$$(\sqrt[3]{x^2})^3+1=(\sqrt[3]{x^2}+1)((\sqrt[3]{x^2})^2-(\sqrt[3]{x^2})(1)+(1)^2)$$

$$x^2+1=(\sqrt[3]{x^2}+1)(\sqrt[3]{x^4}+\sqrt[3]{x^2}+1)$$

درس چهارم: عبارات گویا

گویا کردن مخرج های گنگ : صورت و مخرج کسره های زیر را مانند نمونه در عبارتهای ضرب کنید که عبارت مخرج تبدیل به یک عبارت گویا شود.

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{(\sqrt{x^2})^2 - \sqrt{x^2} + 1}{(\sqrt{x^2}+1)((\sqrt{x^2})^2 - \sqrt{x^2} + 1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x^4} - \sqrt{x^2} + 1}{x^2+1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}^2 + \sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{x} + 1}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \quad (x \neq 1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$$

$$\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}$$

$$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x-y}$$

تمرین

۱ هر یک از عبارتهای زیر را تا حد ممکن (به عبارتهای گویا) تجزیه کنید.

پ) x^2+y^2

ب) x^2-y^2

الف) x^6-y^6

۲ مخرج کسره های زیر را گویا کنید.

ت) $\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{5x}{x-1}$

ب) $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

ب) $\frac{1}{\sqrt{x}-2}$

الف) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

۳ بعضی از ضرب های عددی را با استفاده از اتحادها می توان به صورت ذهنی حساب کرد. مانند نمونه، بقیه ضرب ها را ذهنی انجام دهید.

الف) $16 \times 14 = (15+1)(15-1) = 15^2 - 1 = 224$

ب) 105^2

پ) 1007^2

ت) 99^2

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

۴ کسرها را گویا و سپس به یک کسر تبدیل کنید.

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1}$$

۵ عبارت $a^6 - 2b^6 + 2a^2b^3$ را تجزیه کنید.

خواندنی

* سه عدد ۴، ۳ و ۵ را یک سه‌تایی فیثاغورسی می‌نامیم، زیرا

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

یک سه‌تایی دیگر مثال بزنید. چند تا از این گونه سه‌تایی‌ها را می‌توانید شناسایی کنید؟

* (جادوی توان) محاسبات نشان می‌دهد:

$$(1/0.1)^{365} = 37/8$$

$$(0.99)^{365} = 0.03$$

چرا اینقدر اختلاف وجود دارد؟ حال $(1/0.1)^{30}$ و $(0.99)^{30}$ را محاسبه و مقایسه کنید.

اگر هر روز اندکی کار خود را نسبت به روز قبل بهتر کنیم، در سال حدود ۴۰ برابر راندمان (بهره‌وری) کار افزایش می‌یابد. شما هم داستانی در باب توان‌ها بنویسید.

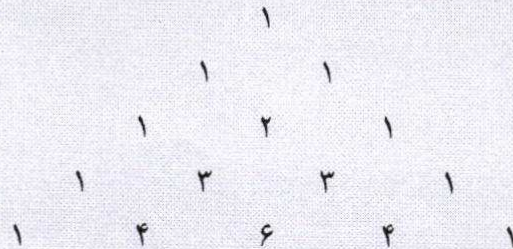
* (مثلث خیام)

$$(a+b)^1 = a + b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^4 + b^4 - 3b^4$$



ختم است.

ضرایب $(a+b)^n$ برابر اعداد سطر $(n+1)$ ام مثلث است.

چه رابطه‌ای بین ضرایب در بسط اتحادها و سطرهای مثلث خیام وجود دارد؟ می‌توانید توان چهارم دوجمله‌ای را حساب و ضرایب بسط را مشخص کنید.

$$\begin{aligned} (a+b)^4 &= (a+b)^3(a+b) \\ &= (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)(a+b) \\ &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \end{aligned}$$

تهیه کننده:

$$\text{الف) } x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$\text{ب) } x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x - y)(x + y)$$

$$\text{ج) } x^2 + y^2 = \text{تجزیه نمی شود}$$

$$\text{الف) } \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^2})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x^2} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^2})} = \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^2}}{x - y}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(1)(\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4)} = \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4}{x - 4}$$

$$\text{ج) } \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{(1)(\sqrt{x^2} - \sqrt{xy} + \sqrt{y^2})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x^2} - \sqrt{xy} + \sqrt{y^2})} = \frac{\sqrt{x^2} - \sqrt{xy} + \sqrt{y^2}}{x + y}$$

$$\text{ت) } \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{5x}{x - 1} = \frac{(1)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} + \frac{(2)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{5x}{x - 1}$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 1 + 2\sqrt{x} - 2 - 5x}{x - 1} = \frac{3\sqrt{x} - 5x - 1}{x - 1}$$

$$\text{الف) } 14 \times 14 = \text{درب حساب شده}$$

$$\text{ب) } 105^2 = (100 + 5)^2 = (100)^2 + 2(100)(5) + 5^2 = 10000 + 1000 + 25 = 11025$$

$$\text{ج) } (1007)^2 = (1000 + 7)^2 = (1000)^2 + 2(1000)(7) + (7)^2$$

$$= 1000000 + 14000 + 49 = 1014049$$

$$\text{ت) } (99)^2 = (100 - 1)^2 = (100)^2 - 2(100)(1) + (1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{(\sqrt{n+1})}{\sqrt{n-1}(\sqrt{n+1})} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{1}{x-1} + \frac{\sqrt{n+1}}{x-1} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{n+1})}{x-1} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1})}{x-1}$$

$$= \frac{1 + (\sqrt{n+1}) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{n+1}) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1})}{x-1}$$

$$a^4 - 2b^4 + 2a^2b^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 3b^4$$

$$= (a^2 + b^2)^2 - 3(b^2)^2 = (a^2 + b^2 - \sqrt{3}b^2)(a^2 + b^2 + \sqrt{3}b^2)$$

برای این عبارت به این صورت باشد: $a^4 - 2b^4 + 2a^2b^2$ تجزیه کن چنین می شود.

$$a^4 - 2b^4 + 2a^2b^2 = a^4 - a^2b^2 + 2a^2b^2 - 3b^4 = a^2(a^2 - b^2) + 2b^2(a^2 - b^2)$$

$$= (a^2 - b^2)(a^2 + 2b^2) = (a-b)(a+b)(a^2 + 2b^2)$$

توجه کردن در تراز کسری سوال ۴

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

دانش آموز عزیز کفایت روی لینک مورد نظر کلیک کنید

ریاضی دهم

دانلود حل تمرین کتاب هندسه 1 دهم رشته ریاضی چاپ جدید 95 - 96 - سه شنبه 16 شهریور 1395 - 5:24

دانلود حل تمرین کتاب ریاضی دهم رشته انسانی چاپ جدید 95 - 96 - سه شنبه 16 شهریور 1395 - 11:13

دانلود حل تمرین کتاب ریاضی دهم رشته تجربی و ریاضی چاپ جدید 95 - 96 - شنبه 13 شهریور 1395 - 10:39

دانلود کتابهای دهم متوسطه 95-96 - سه شنبه 01 تیر 1395 - 2:50

سرفصلهای درس هندسه پایه دهم رشته ریاضی - چهارشنبه 02 تیر 1395 - 9:21

سرفصل های کتاب ریاضی پایه دهم رشته علوم انسانی و معارف - چهارشنبه 05 خرداد 1395 - 6:32

سرفصلهای ریاضی دهم رشته ی تجربی و ریاضی - دوشنبه 03 خرداد 1395 - 10:28

کاربرگ معادلات درجه 2 مخصوص ریاضی دهم (همه رشته ها) - سه شنبه 24 فروردین 1395 - 11:26



جزوه های بیشتر (کلیک کنید):

گام به گام رایگان دهم | | نمونه سوال دهم | | جزوه آموزشی دهم |

جهت دانلود جدید ترین مطالب بر روی پایه خود روی لینک های زیر کلیک کنید.



ابتدایی

اول ✓ دوم ✓ سوم ✓ چهارم ✓ پنجم ✓ ششم ✓

متوسطه اول

هفتم ✓ هشتم ✓ نهم ✓

متوسطه دوم

دهم ✓ یازدهم ✓ دوازدهم ✓