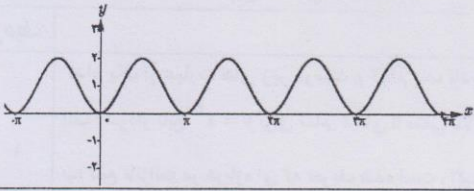
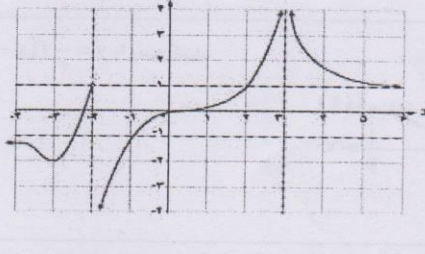


جمهوری اسلامی ایران

اداره آموزش و پرورش شهرستان آمل

دبیرستان نمونه آیت الله آملی

ردیف	شرح سوال	نم
<p>سوال امتحان داخلی درس: حسابان ۲ پایه: دوازدهم رشته: ریاضی دبیرستان نمونه پسر</p> <p>تاریخ امتحان ۱۴۰۱/۱۰/۳ ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه</p>		
۱	<p>کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست می باشد؟</p> <p>الف: نمودار تابع <math>y = x^3</math> برای تمام <math>x</math> های نا منفی بالای <math>y = x^2</math> قرار دارد.</p> <p>ب: تابع تانژانت در هر بازه ای که تعریف شده است، اکیداً یکنواست.</p>	<p>درست نادرست</p> <p>درست نادرست</p>
۲	<p>جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید:</p> <p>الف: اگر <math>2\pi &lt; \alpha &lt; \frac{3\pi}{2}</math> باشد آنگاه مقدار <math>\sin \alpha</math> از مقدار <math>\tan \alpha</math> ..... است.</p> <p>ب: اگر <math>A = (2, 3)</math> یک نقطه از نمودار تابع <math>y = f(x)</math> باشد، نقطه متناظر با آن روی نمودار تابع <math>y = \frac{-1}{3} f(2x+1)</math> برابر است با.....</p>	
۳	<p>ابتدا نمودار تابع <math>f</math> را رسم کنید سپس بازه هایی را که در آن ها تابع اکیداً صعودی، اکیداً نزولی یا ثابت است مشخص کنید.</p>	<p><math>y = x +  x - 1 </math></p>
۴	<p>مجموعه جواب نامعادله <math>\log_{0/1} (x+1) &lt; \log_{0/1} (2x-3)</math> کدام است؟</p>	
۵	<p>ضابطه تابع را با توجه به توضیحات بنویسید.</p> <p>در معادله <math>y = f(2x-1)</math> به ترتیب اعمال انتقال در جهت منفی محور <math>x</math> ها به اندازه ۴ واحد، قرنیه نسبت به محور <math>x</math> ها، برد آن را دو برابر کرده و انتقال به طرف <math>y</math> های منفی به اندازه ۳ واحد انجام شده است.</p>	
۶	<p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> رسم شده است نمودار تابع <math>y = \frac{1}{4} f(x-1) + 1</math> را رسم کنید.</p>	
۷	<p>اگر چند جمله ای <math>f(x) = 3x^3 + ax^2 - bx + 6</math> بر <math>x+3</math> و <math>x-1</math> بخش پذیر باشد، آنگاه حاصل <math>2a+b</math> برابر کدام است؟</p>	
۸	<p>چند جمله ای <math>x^5 + 22</math> را بر حسب عامل <math>x+2</math> تجزیه کنید.</p>	
۹	<p>مثلثی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با این</p>	<p>حاصل ۶ سوال است؟</p>

۵	نمودار $f(x) = \frac{-1}{2} \tan 2x$ در بازه $(0, \frac{3\pi}{2})$ رسم کنید و بگویید $f(x) = 3$ چند جواب دارد؟	۱۰
	ضابطه تابعی را به شکل $f(x) = a \sin bx + c$ و $f(x) = a \cos bx + c$ بنویسید که دوره تناوب، مینیمم و ماکزیممش برابر مقادیر زیر باشد.	
۱		۱۱
۵	جواب کلی معادله $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را به دست آورید.	۱۲
۱	اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟	۱۳
	حد توابع زیر را به دست آورید.	
۳	$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[x]^{-}}{ 3x+1 }$	
	$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^+} \frac{\sin x}{2 \sin x - 1}$	۱۴
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{ 5 - 2x  + \sqrt{x}}$	
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+3}}{2\sqrt{x-2} + \sqrt{9x+7}}$	
۵	هریک از رابطه های $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ به چه معنا هستند توضیح دهید.	۱۵
۱	مجانب قائم و افقی $y = \frac{x^2 +  x }{x^2 - x - 6}$ را به دست آورید.	۱۶
	برای تابع $f$ که نمودار آن داده شده است موارد زیر را به دست آورید:	
۱۵	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x \rightarrow -(-6)} f(x) =$ پ) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$ ت) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$ ث) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$ ج) مجانب های افقی و قائم	
		۱۷

موفق باشید

عادل حسینی - رتبه ۵۴ کتور سراسری ۱۳۹۰ - مهندسی برق دانشگاه صنعتی امیرکبیر

الف) ثابت

ب) (۱-د)  $\frac{1}{2}$

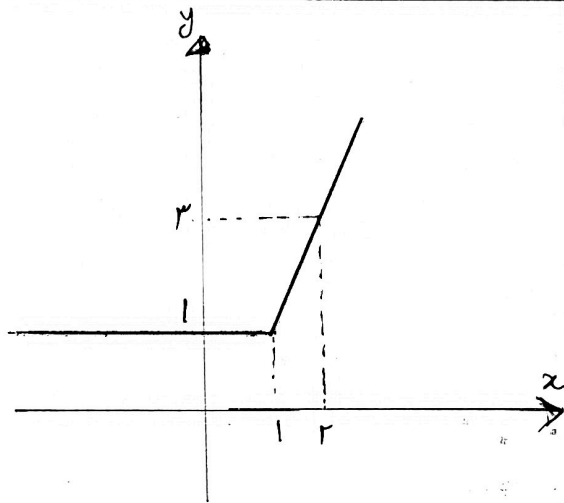
۱

الف) نمودار / تبیین

ب) (۱-د)  $\frac{1}{2}$

۲

$$f = |x + |x - 1|| = \begin{cases} 1 & ; x < 1 \\ 2x - 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$



۳

باتوجه به نمودار بالا، تابع صعودی بازه [۱-∞) است و روی بازه (∞+∞) اکیدا نزولی است.  
در ضمن هیچ بازه‌ای نمی‌توان یافت که تابع روی آن اکیدا نزولی باشد.

تابع  $y = \log x$  اکیدا نزولی است. پس باتوجه به دانسته توابع گسسته، برای حل ناهم‌راستیه

باید ناهم‌راستیه زیر را حل کنیم:

$$0 < 2x - 3 < x + 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2} \\ 2x - 3 < x + 1 \Rightarrow x < 4 \end{cases}$$

در توابع اکیدا نزول جهت نامساوی معکوس می‌شود.

۴

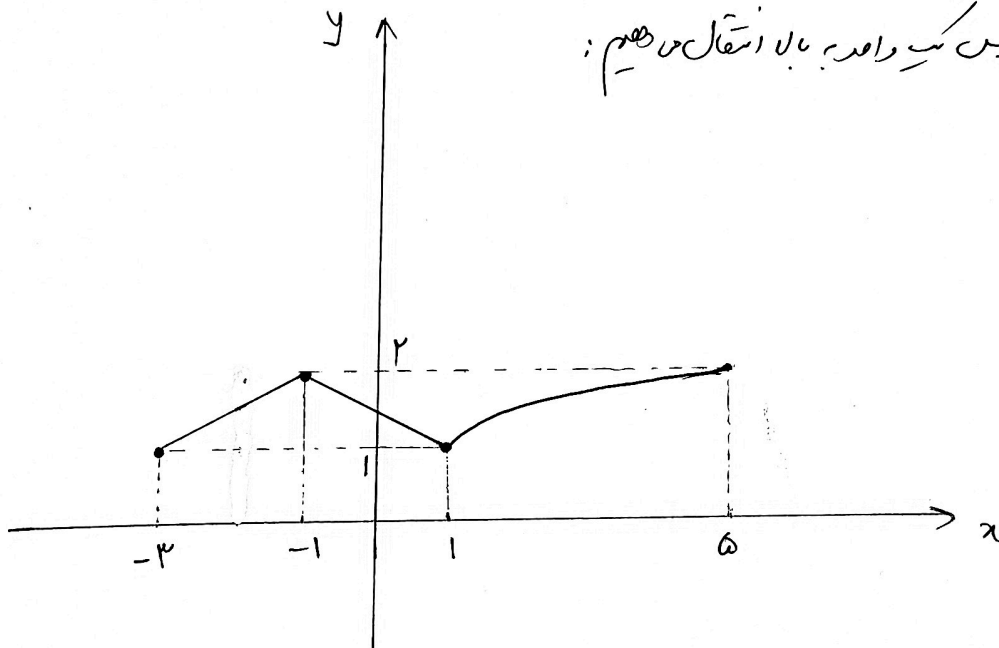
$$y = f(2x-1) \xrightarrow[\begin{smallmatrix} \text{۳ واحد به چپ} \\ x \rightarrow (x+3) \end{smallmatrix}]{\text{۲ واحد به بالا}} y = f(2(x+3)-1) = f(2x+5)$$

$$\xrightarrow[\begin{smallmatrix} \text{تغییر نسبت به محور x} \\ y \rightarrow (-y) \end{smallmatrix}]{\text{۲ واحد به بالا}} y = -f(2x+5) \xrightarrow[\begin{smallmatrix} \text{ضریب ۲ نسبت به f} \\ \text{بردار برابر شود} \end{smallmatrix}]{\text{۲ واحد به بالا}} y = -2f(2x+5)$$

$$\xrightarrow[\begin{smallmatrix} \text{۳ واحد به چپ} \\ \text{۳ واحد به بالا} \end{smallmatrix}]{\text{۳ واحد به چپ}} y = -2f(2x+5) - 3$$

۵

برای رسم نمودار ورودی، نمودار تابع  $f$  را یک واحد به راست و سپس یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم:



۶

بهمانند حالتی که  $f(x)$  بر  $x+3$  و  $x-1$  برابر می‌شود، بی  $f(-3)$  و  $f(1)$  عدد

۷

$$f(-3) = -11 + 9a + 3b + 4 = 0 \Rightarrow 3a + b = 20 \quad (1)$$

$$f(1) = 3 + a - b + 4 = 0 \Rightarrow a - b = -9 \quad (2)$$

$(1), (2)$

$$a = 4, b = 13$$

$$\Rightarrow 2a + b = 21$$

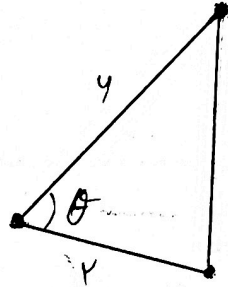
$$x^5 + 22 = (x+2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 14)$$

۸

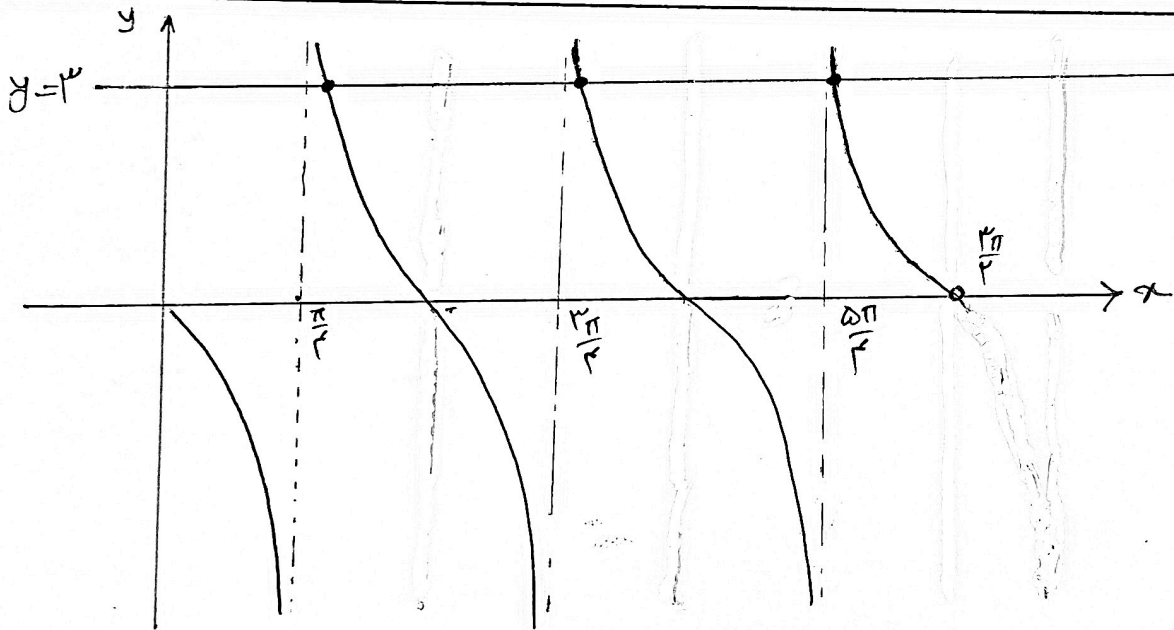
زاویه بین دو ضلع به طول ۲ و ۴ را  $\theta$  در نظر بگیریم. مساحت این مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} (2)(4) \sin \theta = 4 \sin \theta$$

$$4 \sin \theta = 4 \Rightarrow \sin \theta = 1 \Rightarrow \theta = 90^\circ$$



یکی مثلث آن هم تمام الزامیه می توانیم با شرفات گفته شده رسم کنیم.



۱۰

باتوجه به نمودار بالا، معادله  $f(x) = 3$  را ۳ جواب دارد، زیرا خط  $y = 3$  نمودار تابع  $f$  را در ۳ نقطه قطع کرده است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

۱۱

$$\begin{cases} y_{\min} = -|a| + c = 0 \Rightarrow |a| = c = 1 \\ y_{\max} = |a| + c = 2 \end{cases}$$

پس می توانیم توابع  $y = \pm 2 \sin 2x + 1$  و  $y = \pm 2 \cos 2x + 1$  را مثال بزنیم.

$$\sin x \cos x = \frac{1}{r} \sin^2 x = \frac{\sqrt{r}}{r} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{\sqrt{r}}{r} = \sin \frac{\pi}{r}$$

۱۲

$$\Rightarrow \begin{cases} rx = 2k\pi + \frac{\pi}{r} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{r} \\ rx = 2k\pi + \frac{r\pi}{r} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{r} \end{cases}$$

$x = r$  به این معنی است که در هر دو طرف به یک توان رسانیم و این عمل را در هر دو طرف به یک توان رسانیم.

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x - r)^2 = x^2 - 2rx + r^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow a + b = 5$$

۱۳

۱۴

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{r})^-} \frac{[x]}{|rx+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{r})^+} \frac{\sin x}{|r \sin x - 1|} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{rx + \sqrt{rx^2 + a}}{|a - rx| + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{rx + |rx|}{|rx - a| + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{rx} = \frac{2}{r}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+3}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{9x+7}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x} + 3\sqrt{x}} = \frac{3}{5}$$

۱۵

نمایی  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$  به این معنی است که در  $+\infty$  تابع  $f$  به سمت  $-1$  میل می کند.

تابع  $f$  به سمت  $-1$  میل می کند اما آن به هر دو طرف میل می کند.

نمایی  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$  به این معنی است که  $x = a$  به سمت  $-\infty$  میل می کند.

رابطه آن گزاره  $f$  است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

خط  $y=1$  جانب افق نقطه

جانب 2 قائم هم از بین می آید و فرج انشا - شود

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x=3, x=-2$$

جانب 2 قائم

الف)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

ج)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$

د)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$

ه)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$

ج) خطوط  $x=3$  و  $x=-2$  جانب 2 قائم، خطوط  $y=1$  و  $y=-1$  جانب 2 افق  
نقطه تابع هستند

علی حسینی