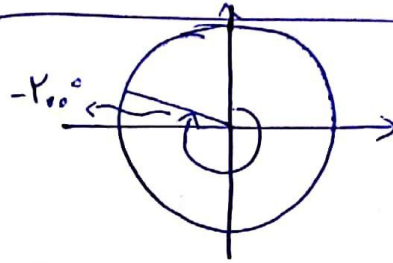


بسیالات درس: ریاضی 1		باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان مازندران اداره سنجش آموزش و پرورش مدیریت آموزش و پرورش شهرستان آمل نوبت اول - دی ماه 1401	وقت آزمون: 90 دقیقه
نام و نام خانوادگی:	نام پدر:		ساعت برگزاری: 8 صبح
نام آموزشگاه: تیزهوشان	(دوره دوم)	تاریخ امتحان: 140/10/3	تعداد صفحات:
پایه تحصیلی: دهم ریاضی		تعداد سوال: 13	
نام و نام خانوادگی دبیر و امضا: بخشی	نمره با عدد:	نمره با حروف:	نمره پس از تجدید نظر:
ردیف	شرح سوال	بارم	
1	گزینه های زیر کدام درست و کدام نادرست است. با ذکر دلیل الف) انتهای کمان روبه روی زاویه -200^0 در ناحیه دوم مثلثاتی است. ب) اگر $0 < \alpha < 1$ باشد $\sqrt[5]{a} > \sqrt[3]{a}$ ج) $\sin^2 80^0 + \sin^2 10^0 + \tan 20^0 \times \cot 20^0 = 2$ د) در تجزیه $x^6 - 8$ یکی از عامل ها بصورت $x^4 - 3x + 9$ است.	2	
2	در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید. با ذکر دلیل الف) اگر $\sin \alpha, \cos \alpha > 0$ و $\tan \alpha, \cos \alpha < 0$ باشد انتهای کمان α در ناحیه است. ب) واسطه هندسی دو عدد $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$ و $(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$ برابر است. ج) مساحت مثلث متساوی الساقین به ضلع 5 و زاویه بین دوساق 120^0 برابر است. د) $\sqrt[3]{-400}$ بین دو عدد متوالی است.	2	
3	اگر مجموع جملات دهم و دوازدهم دنباله هندسی 40 و تفاضل جمله دهم از چهاردهم 600 باشد قدر نسبت را بیابید.	1/5	
4	اگر $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ باشد $x^3 + \frac{1}{x^3}$ را بیابید.	1/5	
5	مقدار عددی $\frac{\sqrt{3}(x^3+3x)}{\sqrt{3}(3x^2+1)}$ به ازای $x = \sqrt[3]{3} + 1$ را بدست آورید.	1/5	
6	در یک دنباله حسابی جملات چهارم، دهم و بیست و پنجم، 3 جمله متوالی هندسی اند جمله بیست و پنجم حسابی چند برابر جمله چهارم است.	1/5	
7	اگر مجموعه مرجع 36 عضوی و $n(A) = 12$ و $n(B') = 14$ و $n(A \cup B) = 28$ باشد $n(A' \cap B)$ را بدست آورید.	1/5	

بارم	شرح سوال	
1/5	در دو دنباله $a_n = 3n - 1$ و $b_n = 5n - 6$ چند جمله 3 رقیمی مشترک وجود دارد.	
1/5	درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x}$	9
1/5	اگر $\tan x = 5$ و x ناحیه سوم باشد مقادیر $\sin x$ و $\cos x$ را بیابید.	10
1/5	اگر $-60^\circ < x < 50^\circ$ و $\cos x = 2m - 3$ باشد حدود m را بیابید.	11
1/5	تجزیه کنید. الف) $x^4 - 13x^2 + 36$ ب) $3x^2 - 5x + 2$	12
1	حاصل عبارت زیر را بدست آورید. $(2 - \sqrt{3})^{\sqrt{2}+1} \times (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{2}-1}}$	13



سؤال ۱ الف) درست.

$$\frac{d}{\sqrt{\alpha}} = \frac{10}{\sqrt{\alpha^m}}$$

$$\sqrt{\alpha} = \frac{10}{\sqrt{\alpha^d}}$$

$$\begin{aligned} & 0 < \alpha < 1 \\ & \xrightarrow{\alpha = \frac{1}{p}} \alpha^m > \alpha^d \\ & \frac{1}{p} > \frac{1}{m} \end{aligned}$$

ب) درست

$$\sin^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ + \tan^2 10^\circ \times \cot^2 10^\circ = \underbrace{\cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ}_1 + 1 = 1 + 1 = 2 \quad \text{ج) درست}$$

$$x^6 - 1 = (x^3)^2 - 1^2 = (x^3 - 1)(x^3 + 1) \quad \text{د)}$$

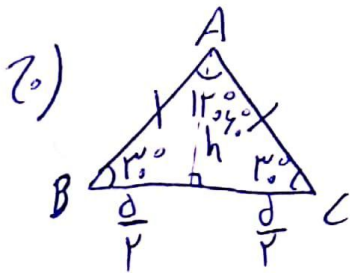
الف) $\left. \begin{aligned} \sin \alpha < \cos \alpha > & \rightarrow \begin{cases} 1) \sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0 \\ 2) \sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0 \end{cases} \end{aligned} \right\}$

$$\tan \alpha < \cos \alpha < 0 \rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \times \cos \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

$\Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow$ ربع سوم

سؤال ۲

$$\Rightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = b^2 \Rightarrow [(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})]^2 = (3 - 5)^2 = (-2)^2 = 4$$



$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{\frac{d}{2}} \Rightarrow h = \frac{d}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{d\sqrt{3}}{6}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{d\sqrt{3}}{6} \times d = \frac{10\sqrt{3}}{12}$$

د) $\sqrt{-512} < \sqrt{-1000} < \sqrt{-1344}$

$$\Rightarrow -8 < \sqrt{-1000} < -8$$

$$\begin{cases} a_{10} + a_{1r} = r_0 \rightarrow a_1 q^9 + a_1 q^{11} = r_0 \rightarrow a_1 q^9 (1 + q^2) = r_0 \quad \textcircled{1} \\ a_{1r} - a_{10} = s_0 \rightarrow a_1 q^{1r} - a_1 q^9 = s_0 \rightarrow a_1 q^9 (q^r - 1) = s_0 \quad \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \rightarrow \frac{q^r + 1}{q^r - 1} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{q^r + 1}{(q^r - 1)(q^r + 1)} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{q^r - 1} = \frac{1}{10} \Rightarrow q^r - 1 = 10$$

$$\Rightarrow q^r = 11 \Rightarrow q = \sqrt[r]{11} \xrightarrow{q > 0} q = \sqrt[r]{11}$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{r}$$

$$x^r + \frac{1}{x^r} = ?$$

$$\Rightarrow x^r + \frac{1}{x^r} = (x + \frac{1}{x})^r - r(x)(\frac{1}{x})(x + \frac{1}{x}) \quad \textcircled{r} \text{ سوال}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^r + \frac{1}{x^r} &= (x + \frac{1}{x})^r - r(x + \frac{1}{x}) = (\sqrt{r})^r - r(\sqrt{r}) \\ &= \sqrt{r} - r\sqrt{r} = \sqrt{r} - r\sqrt{r} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{r}(x^r + \frac{1}{x^r})}{\sqrt{r}(x^r + \frac{1}{x^r})} = \sqrt{r}(x^r + \frac{1}{x^r}) - (r x^r + 1) \quad \textcircled{a} \text{ سوال}$$

$$= \sqrt{r}(x^r - r x^r + \frac{1}{x^r} - 1) = \sqrt{r}(x^r - 1)^r$$

$$x = \sqrt{r} + 1 \rightarrow \sqrt{r}(\sqrt{r} + 1 - 1)^r = \sqrt{r}(\sqrt{r})^r = (\sqrt{r})^r = \sqrt{r} = r\sqrt{r}$$

$$a_f, a_{10}, a_{rd} \xrightarrow[\text{بیا نوسان}]{\text{میان میان}} a_f \times a_{rd} = (a_{10})^r \quad \textcircled{5} \text{ سوال}$$

$$\Rightarrow (a_1 + rd)(a_1 + rd) = (a_1 + rd)^r$$

$$\Rightarrow a_1^r + r r a_1 d + r r d^r = a_1^r + 1 r a_1 d + 1 d^r \Rightarrow r a_1 d = r d^r \Rightarrow r d^r - r a_1 d = 0$$

$$\Rightarrow r d (d - a_1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \quad \text{و و} \\ d = a_1 \end{cases}$$

$$\frac{a_{rd}}{a_f} = \frac{a_1 + rd}{a_1 + rd} = \frac{a_1 + r a_1}{a_1 + r a_1} = \frac{r a_1}{r a_1} = \frac{rd}{r}$$

$$n(A) = 12$$

$$n(U) = 34$$

$$n(U) - n(B) = 12 \Rightarrow 34 - n(B) = 12 \Rightarrow n(B) = 22$$

$$n(A \cup B) = 21 \Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 21 \Rightarrow 12 + 22 - n(A \cap B) = 21$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 12$$

$$n(A' \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 22 - 12 = 10$$

$$a_n = 3n - 1 \rightarrow \begin{cases} a_1 = 2, a_2 = 5, a_3 = 8, a_4 = 11, \dots \\ d = 3 \end{cases} \quad (1 \text{ سوال})$$

$$b_n = 2n - 4 \rightarrow \begin{cases} b_1 = -1, b_2 = 1, b_3 = 4, b_4 = 7, \dots \\ d' = 2 \end{cases} \quad (b_f = 12)$$

$$\Rightarrow (p \cdot p \cdot \sqrt{d, d'}) = (3, 2) = 10 \rightarrow \text{سوال دہائی چوبیس}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} c_n = 12, 19, \dots \\ \text{سوال دہائی چوبیس} \end{matrix} \rightarrow c_n = a_n + b_n = 10n - 1 \rightarrow 100 < 10n - 1 < 999$$

$$\Rightarrow 101 < n < 100 \Rightarrow n \in \mathbb{N} \Rightarrow \forall n < 100 \rightarrow \text{تعداد} = 0$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} \quad (9 \text{ سوال})$$

$$\frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x}}{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x}} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = (\sin^2 x - \cos^2 x) \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x - \cos^2 x \rightarrow \text{سوال دہائی چوبیس}$$

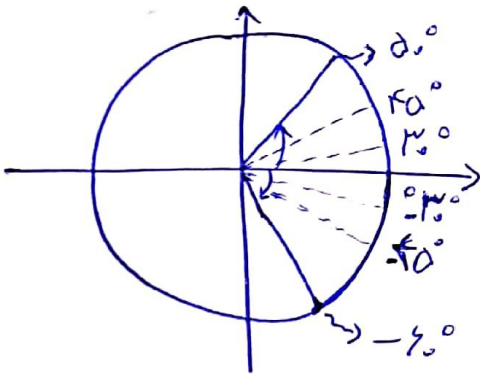
$$\tan x = d \quad \text{مسئله 10} \quad \tan^2 x = r^2 \Rightarrow -1 + 1 + \tan^2 x = r^2$$

$$\Rightarrow -1 + (1 + \tan^2 x) = r^2 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = r^2 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{r^2} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{r^2}}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{-1}{\sqrt{r^2}}$$

$$\sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{r^2}} = -\sqrt{\frac{r^2 - 1}{r^2}} = -\frac{d}{\sqrt{r^2}}$$

$$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \quad \text{مسئله 11} \quad \cos x = r_m - r$$



$$\max_{\cos x} = 1$$

$$\min_{\cos x} = \cos \frac{\pi}{2} = \cos \frac{\pi}{2} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} < r_m - r < 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} + r < r_m < 1 + r \Rightarrow \frac{r}{r} < r_m < r$$

$$\Rightarrow \frac{r}{r} < m < r \rightarrow m \in \left(\frac{r}{r}, r\right]$$

$$\text{الف) } x^4 - r^2 x^2 + r^2 = (x^2 - r)(x^2 - r) = (x - r)(x + r)(x - r)(x + r) \quad \text{مسئله 12}$$

$$\text{ب) } r^2 x^2 - 2rx + r = r(x - 1)\left(x - \frac{r}{r}\right)$$

$$(r - \sqrt{r})^{\sqrt{r} + 1} \times (r + \sqrt{r})^{\frac{1}{\sqrt{r} - 1}} \quad \text{مسئله 13} \quad \frac{\sqrt{r} + 1}{\sqrt{r} - 1} \rightarrow$$

$$(r - \sqrt{r})^{(\sqrt{r} - 1)^{-1}} \times (r + \sqrt{r})^{\frac{1}{\sqrt{r} - 1}} = (r - \sqrt{r})(r + \sqrt{r})^{\frac{1}{\sqrt{r} - 1}} = (r - r)^{\frac{1}{\sqrt{r} - 1}}$$

$$= 1$$