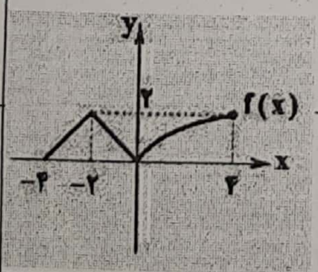
جمهوری اسلامی ایران

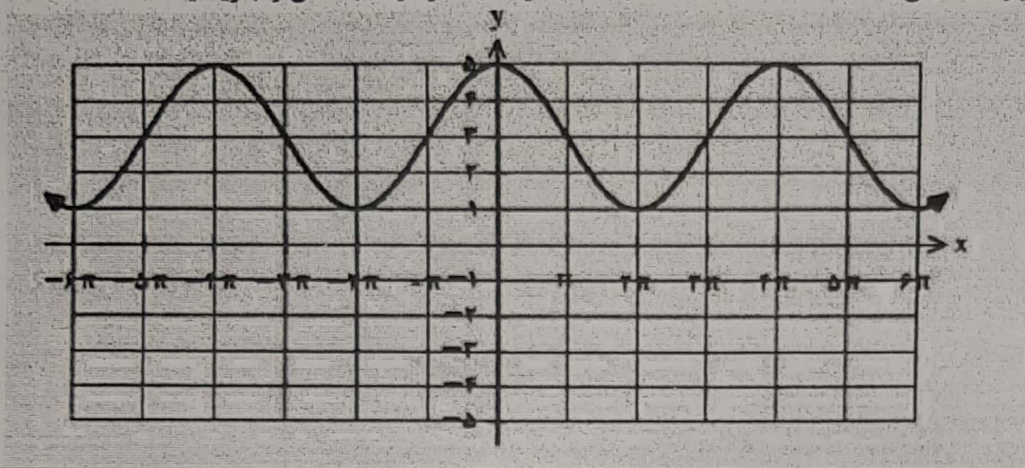
وزارت آموزش و پرورش

سازمان آموزش و پرورش استان مازندران

سوال امتحان داخلی درس: **ریاضی۳** پایه: **دوازدهم**	رشته: **تجربی**	دبیرستان **شهید بهشتی**
پایانی اول تاریخ امتحان۱۴۰۰/۱۰/۱۱	ساعت شروع:**۸ صبح**	مدت امتحان:**۹۰ دقیقه**

ردیف	شرح سوال	نمره
۱	**کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست می باشد؟** الف : نمودار تابع $y=x^3$ برای تمام x های نا منفی بالای $y=x^2$ قرار دارد. درست نادرست ب: برد تابع $y=f(kx)$ همان برد تابع $y=f(x)$ است. درست نادرست	۱
۲	**جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید:** الف: تابع $h(x)=\sqrt[3]{x^2+5x+1}$ را می توان به صورت ترکیبی از دو تـابع ....$=f(x)$ و ....$=g(x)$ در نظـر گرفت. ب: اگر نقطه $A(-2,1)$ روی تابع $y=f(x)$ باشد مختصات نقطه A روی نمودار تـابع $y=\frac{-1}{3}f(2x-1)$ برابـر اسـت با..........	۱
۳	ابتدا نمودار تابع f را رسم کنید سپس بازه هایی را که در آن ها تابع اکیداً صعودی، اکیداً نزولی یا ثابت است را مشـخص کنید. $f(x)=\begin{cases} x^3 & x<0 \\ 1 & 0\le x\le 1 \\ x-1 & x>1 \end{cases}$	۱/۵
۴	برای دو تابع $f(x)=\sqrt{x-4}$ و $g(x)=\frac{1}{x^2-1}$ دامنه fog را با استفاده از تعریف دست آورید.	۱/۵
۵	ضابطه تابع را با توجه به توضیحات بنویسید. در معادله $f(x)=\sqrt{3x+1}$ به ترتیب اعمال ، انبساط با ضریب $\frac{1}{3}$ در جهت محور x ها ، قرینه نسبت به محـور y هـا ، انبساط عمودی با ضریب ۹، انتقال به اندازه ۲ واحد سمت y های منفی انجام شده است.	۱
۶	نمودار تابع $y=f(x)$ رسم شده است نمودار تابع $y=\frac{1}{2}f(2x)$ را رسم کنید.  	۱

Scanned with CamScanner

۷	اگر $f(x)=\frac{1}{8}x-3$ و $g(x)=x^2$ باشد،مقدار $(g^{-1}of^{-1})(5)$ را به دست آورید.	۱
۸	اگر $x\le\frac{1}{2}$ ضابطه $y=x^2-x$ ، $f^{-1}(x)$ را به دست آورید.	۱
۱۰	$\sin 15^\circ$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۱	اگر $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$ و α زاویه ای منفرجه باشد،حاصل $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha$ را به دست آورید؟	۱
۱۲	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y=a\cos bx+c$ است،با توجه به نمودار،ضابطه آن را بنویسید. 	۱/۵
۱۳	جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 2x-\sqrt{3}\cos x=0$ را به دست آورید.	۲
۱۴	مقادیر a,b را طوری به دست آورید که باقی مانده تقسیم چند جمله ای $p(x)=3x^3-ax^2+bx+2$ بر $x-1$ برابر۲ ، و بر $x+2$ بخش پذیر باشد.	۱
۱۵	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x\to\left(\frac{-1}{2}\right)^+}\frac{8x^3+1}{\lvert 2x+1\rvert}$ $\lim_{x\to-8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}$	۱/۵
۱۶	حد توابع زیر را به دست آورید. $\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{6}\right)^+}\frac{\cos x}{2\sin x-1}$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{3x+\sqrt{4x^2+5}}{5-2x\lvert x\rvert+\sqrt{x}}$	۱/۵
۱۷	در تابع با ضابطه ی $f(x)=\frac{3-\sqrt{x^2+5}}{ax^n+4}$ ، اگر $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\frac{1}{2}$ باشد، آن گاه $\lim_{x\to 2}f(x)$ کدام است؟	۱

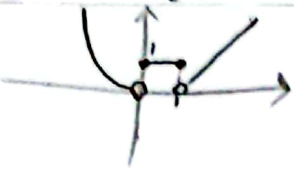
موفق باشید

پاسخ سؤالات

۱ الف) نادرست ب) درست

۲ الف) $f(x)=\sqrt[3]{x}$ ، $g(x)=x^2+5x+1$ ب) $(-\frac{1}{2},-5)$ $2x-1=-3 \to x=-\frac{1}{2}$

$y\times -\frac{1}{2}=1 \to y=-2$

۳ 

$$f(x):\begin{cases} x^2 & x<0 \\ 1 & 0\le x\le 1 \\ x-1 & x>1 \end{cases}$$

اکیدا نزولی / ثابت / اکیدا صعودی

۴ $D_{f\circ g}=\{x \mid x\in D_g ,\ g(x)\in D_f\}$ ① $D_g=\mathbb{R}-\{1,-1\}$ ② $D_f: x-4\ge 0 \to x\ge 4$

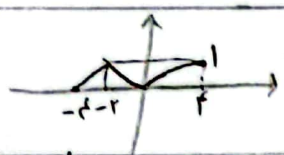
③ $g(x)\in D_f \to \frac{1}{x^2-1}\ge 4 \xrightarrow[x\neq -1,1]{x(x^2-1)} 4(x^2-1)\le 1 \to 4x^2\le 5 \to x^2\le \frac{5}{4} \longrightarrow$

$-\frac{\sqrt5}{2}\le x\le \frac{\sqrt5}{2}$ جواب: اشتراک ۱ و ۳ $=[-\frac{\sqrt5}{2},\frac{\sqrt5}{2}]-\{1,-1\}$

۵ $f(x)=\sqrt{3x+1} \xrightarrow{x\to \frac{1}{3}x} f(x)=\sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x)=-f(x)} =-\sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x)=9f(x)} -9\sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x)-2}$

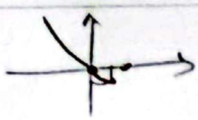
$\longrightarrow h(x)=-9\sqrt{x+1}-2$

۶ دامنه نصف و برد نصف می‌شود.



۷ $g^{-1}\circ f^{-1}(5)=(f\circ g)^{-1}(5)=a \to (f\circ g)(a)=5 \to f(g(a))=5 \to \frac{a^2}{8}-3=5$

$\to \frac{a^2}{8}=8 \to a=\pm 8$

۸ $D_{y^{-1}}=R_y$  $R_y=[-\frac{1}{4},+\infty)=D_{y^{-1}}$ $y=x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$

$x^2-x=x(x-1)$

$\longrightarrow x=(y-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4} \to (y-\frac{1}{2})^2=x+\frac{1}{4} \to y^{-1}=\sqrt{x+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2} \quad x\ge -\frac{1}{4}$

۱۰ $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha \to \cos 30=1-2\sin^2\alpha \to \frac{\sqrt3}{2}=1-2\sin^2\alpha \to \sin^2\alpha=$

$\frac{2-\sqrt3}{4} \longrightarrow \sin 15=\sqrt{\frac{2-\sqrt3}{4}}$

۱۱ $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \to 1+\frac{1}{4}=\frac{1}{\cos^2\alpha} \to \cos^2\alpha=\frac{4}{5} \to \cos\alpha=-\frac{2}{\sqrt5}$ ، $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\longrightarrow \sin^2\alpha=\frac{1}{5} \to \sin\alpha=\frac{\sqrt5}{5}$ $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+2\cos^2\alpha-1$

$=2\times\frac{\sqrt5}{5}\times\frac{-2}{\sqrt5}+2\times\frac{4}{5}-1=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}=-\frac{1}{5}$

۱۲ $T=4\pi=\frac{2\pi}{|b|} \to |b|=\frac{1}{2} \to b=\pm\frac{1}{2}$ $c=1$ $a=1 \to y=\cos \pm\frac{1}{2}x+1$

۱۳ $2\sin x\cdot\cos x-\sqrt2\cos x=0 \to \cos x(2\sin x-\sqrt2)=0 \to \cos x=0 \quad x=k\pi+\frac{\pi}{2}$

$\sin x=\frac{\sqrt2}{2}=\sin\frac{\pi}{4} \to x=2k\pi+\frac{\pi}{4}$

$\to x=2k\pi+\frac{3\pi}{4}$

$$\lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} \text{عبارت} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} \frac{\cancel{(2x+1)}(4x^2-2x+1)}{\cancel{(2x+1)}} = \lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} (4x^2-2x+1) = 4\left(\frac{1}{4}\right) - 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 =$$

$$1+1+1 = \boxed{3}$$

$$\lim_{x \to -8} \text{عبارت} = \frac{64-80+16}{12+(-12)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x \to -8} \frac{(x+2)(x+8)}{4(2+\sqrt[3]{x})} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)} = \frac{\cancel{(x+8)}(x+2)(\cancel{12}^{2})}{\cancel{4}(\cancel{8+x})}$$

$$= (2)(-6) = -12$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{۳x+|۲x|}{-۲x|x|}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۵x}{-۲x^{۲}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۵}{-۲x}=\frac{۱}{-\infty}=۰^{-}$$ ۱۴

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^{+}}\frac{\cos x}{۲\sin x-۱}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱^{+}-۱}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۰^{+}}=+\infty$$

۱۷) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{-|x|}{ax^n} = \frac{1}{2} = \frac{-x}{ax} = \frac{1}{2} \to a=-2$ $\quad (n=1)$

$\lim_{x\to 2} f(x) = \frac{3-\sqrt{x^2+5}}{-2x+4} = \frac{0}{0}$

رفع ابهام: $\lim_{x\to 2} \frac{3-\sqrt{x^2+5}}{-2x+4} \times \frac{3+\sqrt{x^2+5}}{3+\sqrt{x^2+5}} = \lim_{x\to 2} \frac{4-x^2}{-2(x-2)(3+\sqrt{x^2+5})} = \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(2-x)}(2+x)}{2\cancel{(2-x)}(6)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

پاسخ دهنده اصغر عباس زاده