

بارم	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	ردیف
۲	<p>اگر A و B ماتریس‌های 3×3 و تعویض پذیر باشند $(A \times B = B \times A)$ ثابت کنید.</p> <p>الف) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$</p> <p>ب) $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$</p>	۱
۲	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ در این صورت AB و BA را به دست آورید.</p>	۲
۲	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ در این صورت A^2 را به دست آورید.</p>	۳

۲	ماتریسی 3×3 چون A بیابید که $ A = 3$.	۴
۲	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ حاصل عبارت $(2A^{-1} - 3B^{-1})$ را بیابید.	۵
۲	به ازای چه مقادیری از k دستگاه $\begin{cases} kx + 3y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ یک دسته جواب منحصر به فرد دارد.	۶
۲	معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $(2, -2)$ بوده و بر خط $y = x + 4$ مماس باشد.	۷
۲	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x - y & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x + y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ در این صورت حاصل $(x + y + z)$ را بیابید.	۸

۲	<p>عبارت زیر را محاسبه کنید.</p> $\begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$	۹
۲	<p>حاصلضرب زیر را به دست آورید.</p> $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 5 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$	۱۰

$$(A+B)^T = (A+B)(A+B) = A^T + AB + BA + B^T \xrightarrow[\text{تعویض پذیرند}]{A, B} A^T + 2AB + B^T \quad 1$$

$$(A-B)(A+B) = A^T - AB + BA + B^T \xrightarrow[\text{تعویض پذیرند}]{A, B} A^T - B^T$$

$$AB = [1 \ 2 \ -3] \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} = [-2 + (-2) + (-9)] = [-13] = -13 \Rightarrow |AB| = -13 \quad 2$$

$$BA = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} [1 \ 2 \ -3] = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 6 \\ -1 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & -9 \end{bmatrix}$$

$$|BA| = \begin{vmatrix} -2 & -4 & 6 \\ -1 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & -9 \end{vmatrix} \begin{matrix} -2 & -4 \\ -1 & -2 \\ 3 & 6 \end{matrix} \Rightarrow |BA| = (-36 - 36 - 36) - (-36 - 36 - 36) = 0$$

$$|A| = (-2)(-3)(-5) = -30 \quad 3$$

$$|A^T| = |A| = (-30)^2 = 900$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 4$$

$$2 \times \frac{1}{14} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} - 3 \times \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{7} & \frac{-3}{7} \\ \frac{-2}{7} & \frac{4}{7} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{17} & \frac{-9}{17} \\ \frac{15}{17} & \frac{6}{17} \end{bmatrix} \quad 5$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{85+21}{119} & \frac{-51-63}{119} \\ \frac{-34+105}{119} & \frac{68+42}{119} \end{bmatrix} = \frac{1}{119} \begin{bmatrix} 106 & -114 \\ 71 & 110 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} k & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow -2k - 3 \neq 0 \Rightarrow k \neq -\frac{3}{2} \quad 6$$

$$R = OH = \frac{|2+2+4|}{\sqrt{1+1}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \quad 7$$

فاصله مرکز $O(2, -2)$ از خط مماس برابر شعاع دایره است.

$$\text{معادله دایره: } (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 32$$

$$\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ 2x + y &= 5 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2, y = 1 \\ z &= -2 \Rightarrow x + y + z = 1 \end{aligned}$$

۸

کافیست درایه‌های نظیر را جمع یا تفریق کنیم.

۹

$$\begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ -2 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -12 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 21 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 5 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 8 & -12 \end{bmatrix}$$

ماتریس حاصل ضرب یک ماتریس 2×2 می‌باشد.

۱۰